

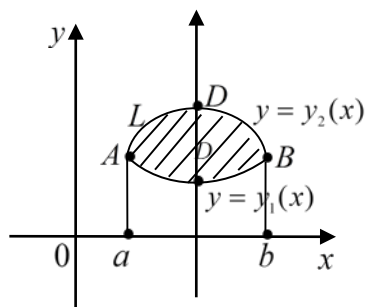
№9-дәріс

Грин формуласы

Теорема. D облысында $P(x, y)$ және $Q(x, y)$ функциялар бірінші ретті дербес туындыларымен үздіксіз болсын. Онда

$$\oint_L P(x, y)dx + Q(x, y)dy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy \quad (1)$$

осы формула Грин формуласы деп аталады.



Бұл формула облыс бойынша қос интегралмен, облыстық шекарасы бойынша қисық сызық интегралдар арасындағы байланысты анықтайды.

Теореманы дәлелдеу үшін (1)-дің оң жағындағы қос интегралдарды жеке есептеу керек

$$\iint_D \frac{\partial P}{\partial y} dx dy = \int_a^b dx \int_{y_1(x)}^{y_2(x)} \frac{\partial P}{\partial y} dy = -\oint_L P(x, y) dx$$

$$\iint_D \frac{\partial Q}{\partial x} dx dy = \oint_L Q(x, y) dy$$

Мысалдар:

1) Мына интеграл үшін Грин формуласын жазып, есептеп тексеріңіз:

$$\oint_L (x + y)dx + 2x dy, \quad L: x^2 + y^2 = R^2 - \text{шеңбер.}$$

2) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ эллипстің ауданын есептеңіз

3) $\oint_L y dx + (x + y) dy, \quad L: y = x^2, y = 4.$

Берілген интеграл тұйық контурға тәуелсіз екенін Грин формуласын пайдаланып көрсетіңіз, мысалы L – үшін