

Статистическая модель, описывающая распад, дисперсию и испарение капель при высокой турбулентности

Распад материнских капель на мелкие вторичные капли можно рассматривать в виде временной и пространственной эволюции распределения частиц в приближении к размеру материнских частиц согласно уравнению Фоккера-Планка:

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} + \nu(\xi) \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} = \frac{1}{2} \nu(\xi^2) \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2}$$

где ν - частота и t – время распада. $T(x,t)$ является функцией распределения для $x = \ln(r)$, здесь

r – радиус частицы. Распад частиц происходит при условии $r > r_{cr}$, где r_{cr} - критический радиус частиц.

Значение частоты распада и критический радиус капель определяется из баланса между аэродинамическими силами и силами поверхностного натяжения. Критический радиус для распада определяется следующим образом:

$$r_{cr} = We_{cr} \sigma / (\rho_g u_{r,j}^2)$$

При высокой турбулентности мгновенное значение Колмогоровского масштаба длины намного меньше размера частиц, отсюда следует, что полный спектр турбулентной кинетической энергии способствует растяжению и распаду капель. Критический радиус капель определяется из баланса деструктивных гидродинамических и капиллярных сил:

$$r_{cr} = \left(\frac{9 We_{cr} \sigma \nu_{lam}}{2 \varepsilon \rho_l} \right)^{1/3}$$

При разности скоростей, когда силы поверхностного натяжения становятся значительными, критический радиус частиц определяется следующим образом:

$$r_{cr} = \frac{1}{2} \left(\frac{We_{cr} \sigma}{\varepsilon^{2/3} \rho_g} \right)^{3/5} \quad r_{cr} = \frac{1}{2} \left(\frac{We_{cr} \sigma \nu}{\varepsilon \rho_g} \right)^{1/3}$$

Учитывая все факторы распределения частиц, запишем выражение для нормированного распределения радиуса $f(r)$ частиц:

$$\frac{\partial f(r)}{\partial t} = -v \langle \xi \rangle \frac{\partial}{\partial r} (rf(r)) + \frac{1}{2} v \langle \xi^2 \rangle \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} (rf(r)) \right)$$

Решение данного уравнения выглядит следующим образом:

$$f(r, t) = \frac{1}{r} \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi \langle \xi^2 \rangle vt}} \exp \left[-\frac{\left(\ln \frac{r_0}{r} + \langle \xi \rangle vt \right)^2}{2 \langle \xi^2 \rangle vt} \right] f_0(r_0) dr_0$$

В статистической модели дискретное распределение частиц аппроксимируется дискретной функцией дисперсии частиц f' :

$$f' = \sum_{p=1}^{NP} N_p \delta(\vec{x} - \vec{x}_p) \delta(\vec{v} - \vec{v}_p) \delta(r - r_p) \delta(T - T_{d_p}) \delta(y - y_p) \delta(\dot{y} - \dot{y}_p)$$

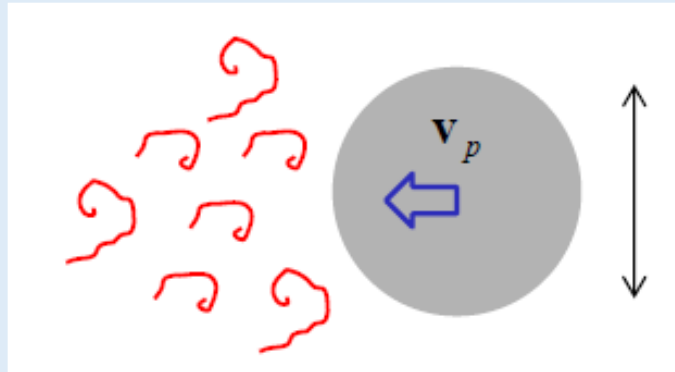
При турбулентной дисперсии частиц в потоке газа пульсационная составляющая скорости является функцией времени, которая изменяется прерывисто после прохождения времени турбулентной корреляции t_{turb} , которая в свою очередь определяется следующим соотношением:

$$t_{turb} = \min\left(\frac{k}{\varepsilon}, c_{ps} \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \frac{1}{|\vec{u} + \vec{u}' - \vec{v}|}\right)$$

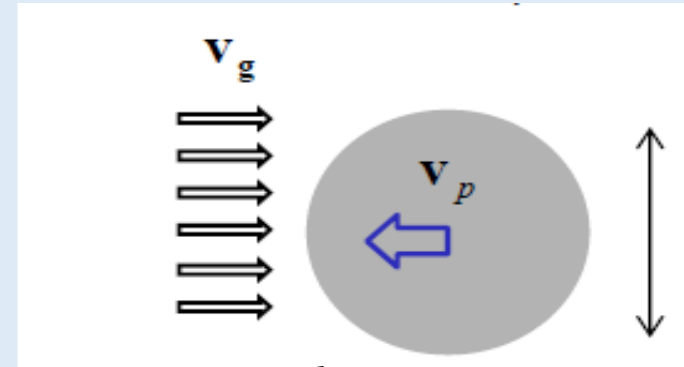
При движении частицы в турбулентном потоке газа с крупномасштабными структурами, размеры которых намного больше диаметра частицы, относительная скорость между частицей и потоком газа определяется следующим образом:

$$\frac{d\vec{v}_p}{dt} = \frac{(\vec{v}_g - \vec{v}_p)|\vec{v}_g - \vec{v}_p|}{\tau_{St}}$$

$$\tau_{St} = \frac{\rho_p d_p^2}{18\rho_g \nu_g}$$



$$d_p > \tau_k$$



$$d_p < \tau_k$$

Рисунок 1 - Сравнение размеров частицы с масштабами турбулентных структур

В этом случае время релаксации частицы в турбулентном потоке определяется как: $v_{turb} = v' d_p = \varepsilon^{-1/3} d_p^{4/3}$

Отсюда находим изменение скорости частицы в турбулентном потоке: $\frac{\bar{v}_g - v_p}{\tau_{St}} = \bar{\varepsilon}^{1/3} \frac{\rho_g}{\rho_p} \frac{\bar{v}_g - v_p}{d_p^{4/3}}$

Когда капля испаряется скорость изменения массы капли m_p равна изменению в объеме капли:

$$\frac{dm_p}{dt} = \rho_p \frac{d}{dt} \left(\frac{4}{3} \pi \left(\frac{d_p}{2} \right)^3 \right)$$

$$\frac{d}{dt} (d_p^2) = C_e \quad \text{где } C_e - \text{ постоянная.}$$

$$\tau_p = \frac{d_{pi}^2}{C_e} \quad \frac{dm_p}{dt} = \rho_p \frac{\pi}{4} d_p C_e$$

Еще один способ выражения производной по времени от массы капли представлены в работах:

$$\frac{dm_p}{dt} = -\pi d_p Sh D \rho_v \ln \left(\frac{p - p_{v,\infty}}{p - p_{v,s}} \right) \quad \frac{dm_p}{dt} = -\pi d_p Sh D \rho_v \ln \left(1 + \frac{x_{v,s} - x_{v,\infty}}{1 - x_{v,s}} \right)$$

$$C_e = -4 Sh D \frac{\rho_v}{\rho_p} \ln \left(1 + \frac{x_{v,s} - x_{v,\infty}}{1 - x_{v,s}} \right)$$

Число Шервуда находится из зависимости Фросслинга: $Sh = 2 + 0,6 Re^{0,5} Sc^{0,333}$

$$\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{-4ShD\rho_v \ln\left(1 + \frac{x_{v,s} - x_{v,\infty}}{1 - x_{v,s}}\right)}$$

Перенос тепла между двумя фазами можно получить из уравнения конвекции. Время релаксации переноса тепла имеет следующий вид:

$$\tau_h = \frac{\rho_l C_{pl} d_p^2}{6kNu}$$

где C_{pl} - теплоемкость жидкости и Nu - число Нуссельта. Число Нуссельта определяется из зависимости Ранца – Маршалла [167]:

$$Nu = 2 + 0,6Re_p^{1/2} Pr^{1/3}$$

В данной спецкурсе компьютерный пакет программ KIVA-II был оптимизирован для моделирования химической кинетики процессов горения в дизельных и авиационных двигателях. Данный пакет программ был адаптирован к поставленной задаче о сжигании жидких топлив в камерах сгорания при высокой турбулентности. Это позволило рассчитать аэродинамику течения, массу впрысков, температуру окислителя, давление, турбулентные характеристики, концентрации продуктов сгорания, паров топлива и другие характеристики процесса сжигания жидких топлив по всему пространству камеры сгорания.