

СЕМИНАР 1

ЛОГИЧЕСКИЕ СХЕМЫ И ФУНКЦИИ

Цель работы:

- исследование логических схем.
- реализация логических функций при помощи логических элементов.
- синтез логических схем, выполняющих заданные логические функции.

Приборы и элементы:

Логический преобразователь
Генератор слов
Вольтметр
Логические пробники
Источник напряжения + 5 В
Источник сигнала «логическая единица»
Двухпозиционные переключатели
Двухвходовые элементы И, И-НЕ, ИЛИ, ИЛИ-НЕ
Микросхемы серии 74.

1. Теоретическая часть

1.1. Аксиомы алгебры логики

Переменные, рассматриваемые в алгебре логики, могут принимать только два значения - 0 или 1.

$$\begin{cases} x = 0, & \text{если } x \neq 1, \\ x = 1, & \text{если } x \neq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} \bar{0} = 1, \\ \bar{1} = 0; \end{cases} \quad (1.1)$$
$$\begin{cases} 1 \vee 1 = 1, & \dots \\ 0 \vee 0 = 0, & \dots \\ 0 \vee 1 = 1 \vee 0 = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} 0 \cdot 0 = 0, \\ 1 \cdot 1 = 1, \\ 1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 0. \end{cases}$$

В алгебре логики определены: отношение эквивалентности (обозначается знаком $=$) и операции: сложения (дизъюнкции), обозначаемая знаком \vee , умножения (конъюнкции), обозначаемая знаком $\&$ или точкой, и отрицания (или инверсии), обозначаемая надчеркиванием или апострофом. Алгебра логики определяется следующей системой аксиом:

1.2. Логические выражения

Запись логических выражений обычно осуществляют в конъюнктивной или дизъюнктивной нормальных формах. В дизъюнктивной форме логические выражения записываются как логическая сумма логических произведений, в конъюнктивной форме - как логическое произведение логических сумм. Порядок действий такой же, как и в обычных алгебраических выражениях. Логические выражения связывают значение логической функции со значениями логических переменных.

1.3. Логические тождества

При преобразованиях логических выражений используются логические тождества:

$$\begin{aligned} \overline{\overline{x}} &= x; & x \vee 1 &= 1; & x \vee 0 &= x; & x \cdot 1 &= x; & x \cdot 0 &= 0; & x \vee x &= x; & x \cdot x &= x; & x \vee x \cdot y &= x; & xy \cdot \overline{xy} &= x; \\ (x \vee y)(x \vee \overline{y}) &= x; & x \vee \overline{\overline{x}} y &= x \vee y; & \overline{\overline{xy}} &= \overline{x} \vee \overline{y}. \end{aligned}$$

1.4. Логические функции

Любое логическое выражение, составленное из n переменных x_1, x_2, \dots, x_n с помощью конечного числа операций алгебры логики, можно рассматривать как некоторую функцию n переменных. Такую функцию называют логической. В соответствии с аксиомами алгебры логики функция может принимать в зависимости от значения переменных значение 0 или 1. Функция n логических переменных может быть определена для 2^n значений переменных, соответствующих всем возможным значениям n -разрядных двоичных чисел. Основ-

ной интерес представляют следующие функции двух переменных x и y :

$$f1(x, y) = x \cdot y - \text{логическое умножение (конъюнкция)},$$

$$f2(x, y) = x \vee y - \text{логическое сложение (дизъюнкция)},$$

$$f3(x, y) = \overline{x \cdot y} - \text{логическое умножение с инверсией},$$

$$f4(x, y) = \overline{x \vee y} - \text{логическое сложение с инверсией},$$

$$f5(x, y) = x \oplus y = x\bar{y} \vee \bar{x}y - \text{суммирование по модулю 2},$$

$$f6(x, y) = \overline{x \oplus y} = xy \vee \bar{x}\bar{y} - \text{равнозначность}.$$

1.5. Логические схемы

Физическое устройство, реализующее одну из операций алгебры логики или простейшую логическую функцию, называется логическим элементом. Схема, составленная из конечного числа логических элементов по определенным правилам, называется логической схемой.

Основным логическим функциям соответствуют выполняющие их схемные элементы.

1.6. Таблица истинности

Так как область определения любой функции n переменных конечна (2^n значений), такая функция может быть задана таблицей значений $f(v_i)$, которые она принимает в точках u_i , где $i = 0, 1, \dots, 2^n - 1$. Такие таблицы называют таблицами истинности. В таблице 1.1 представлены таблицы истинности, задающие указанные выше функции.

Таблица 1.1

Таблица истинности

i	Значения переменных		Функции					
	x	y	f1	f2	f3	f4	f5	f6
0	0	0	0	0	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1	0	1	0
2	1	0	0	1	1	0	1	0
3	1	1	1	1	0	0	0	1

$i = 2x + y$ – число, образованное значениями переменных.

1.7. Карты Карно и диаграммы Вейча

Если число логических переменных не превышает 5-6, преобразования логических уравнений удобно производить с помощью карт Карно или диаграмм Вейча. Цель преобразований - получение компактного логического выражения (минимизация). Минимизацию производят объединением наборов (термов) на карте Карно. Объединяемые наборы должны иметь одинаковые значения функции (все 0 или все 1).

Для наглядности рассмотрим пример: пусть требуется найти логическое выражение для мажоритарной функции f_m трех переменных X, Y, Z , описываемой следующей таблицей:

Таблица 1.2

Мажоритарная функция

N	X	Y	Z	f_m
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

Составим карту Карно. Она представляет собой нечто похожее на таблицу, в которой наименования столбцов и строк представляют собой значения переменных, причем переменные располагаются в таком порядке, чтобы при переходе к соседнему столбцу или строке изменялось значение только одной переменной. Например, в строке XY таблицы 1.2 значения переменных XY могут быть представлены следующими последовательностями: 00, 01, 11, 10 и 00, 10, 11, 01.

Таблицу заполняют значениями функции, соответствующими комбинациям значений переменных. Полученная

таким образом таблица выглядит, как показано ниже (таблица 1.3).

Таблица 1.3

Карта Карно мажоритарной функции

Z \ XY	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

На карте Карно отмечаем группы, состоящие из 2^n ячеек (2, 4, 8...) и содержащие 1, т. к. они описываются простыми логическими выражениями. Три прямоугольника в таблице определяют логические выражения XY , XZ , YZ . Каждый прямоугольник, объединяющий две ячейки, соответствует логическим преобразованиям:

$$\begin{aligned}
 XY\bar{Z} \vee XYZ &= XY(\bar{Z} \vee Z) = XY, \\
 \bar{X}YZ \vee XYZ &= YZ(\bar{X} \vee X) = YZ, \\
 X\bar{Y}Z \vee XYZ &= XZ(\bar{Y} \vee Y) = XZ.
 \end{aligned}
 \tag{1.2}$$

Компактное выражение, описывающее функцию, представляет собой дизъюнкцию полученных при помощи карт Карно логических выражений. В результате получаем выражение в дизъюнктивной форме: $f_m = XY \vee XZ \vee YZ$.

Для реализации функции мажоритарной логики трех логических переменных необходимо реализовать схему, ко-

входе В и определите с помощью логического пробника уровень логического сигнала. Установите переключатель В в верхнее положение. Определите уровень логического сигнала и запишите показания вольтметра; укажите, какой логический сигнал формируется на выходе У.

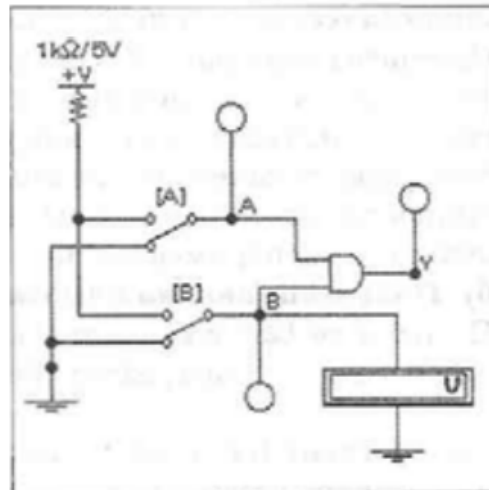


Рис. 1.2. Схема для исследования

- б) Экспериментальное получение таблицы истинности
- в) Получение аналитического выражения для функции.

Эксперимент 2. Исследование логической функции И-НЕ.

- а) Экспериментальное получение таблицы истинности логического элемента 2И-НЕ, составленного из элементов 2И-НЕ.

Соберите схему, изображенную на рис. 1.3. Включите схему. Подайте на входы схемы все возможные комбинации уровней входных сигналов и, наблюдая уровни сигналов на входах и выходе с помощью логических пробников.

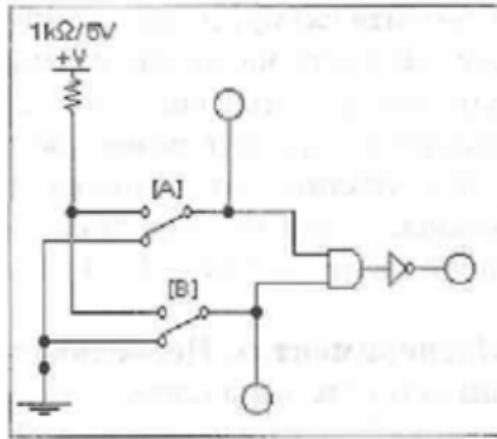


Рис.1.3. Схема для исследования

б) Экспериментальное получение таблицы истинности логического элемента 2И-НЕ. Соберите схему, изображенную на рис. 1.4. Включите схему. Подайте на входы схемы все возможные комбинации уровней входных сигналов и, наблюдая уровни сигналов на входах и выходе с помощью логических пробников.

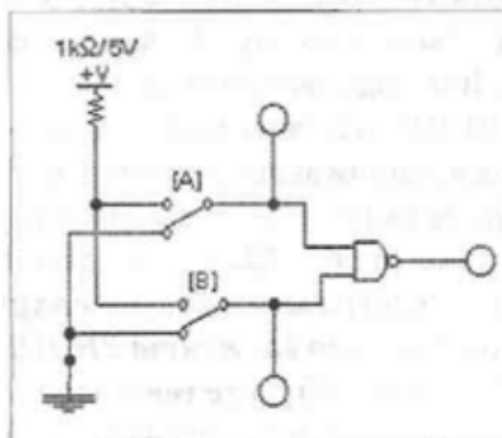


Рис. 1.4. Схема для исследования

Эксперимент 3. Исследование логической функции ИЛИ.

а) Экспериментальное получение таблицы истинности логического элемента ИЛИ.

Соберите схему рис. 1.5. Включите схему. Подайте на входы схемы все возможные комбинации уровней входных сигналов и, наблюдая уровни сигналов на входах и выходе с помощью логических пробников, заполните таблицу истинности логической схемы ИЛИ.

б) Получение аналитического выражения для функции.

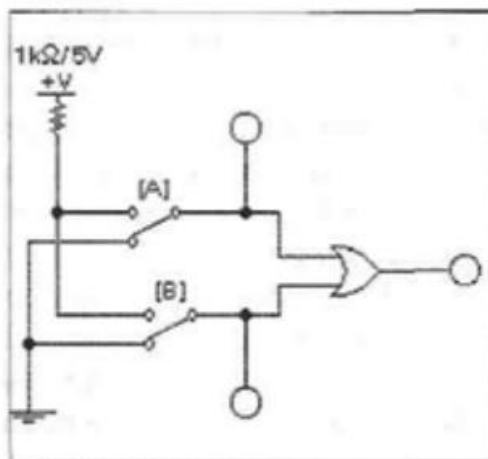


Рис. 1.5. Схема для исследования

Эксперимент 4. Исследование логической функции ИЛИ-НЕ.

а) Экспериментальное получение таблицы истинности логического элемента 2ИЛИ-НЕ, составленного из элементов 2ИЛИ и НЕ.

Соберите схему, изображенную на рис. 1.6. Включите схему. Подайте на входы схемы все возможные комбинации уровней входных сигналов и, наблюдая уровни сигналов на входах и выходе с помощью логических пробников, заполните таблицу истинности логической схемы 2ИЛИ-НЕ.

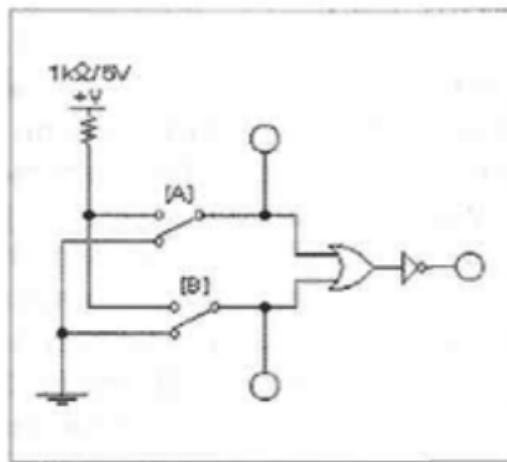


Рис. 1.6. Схема для исследования

б) Экспериментальное получение таблицы истинности логического элемента 2ИЛИ-НЕ.

Соберите схему, изображенную на рис.12.7. Включите схему. Подайте на входы схемы все возможные комбинации уровней входных сигналов и, наблюдая уровни сигналов на входах и выходе с помощью логических пробников, заполните таблицу истинности логической схемы 2ИЛИ-НЕ, сравните таблицы истинности из пункта а) и б).

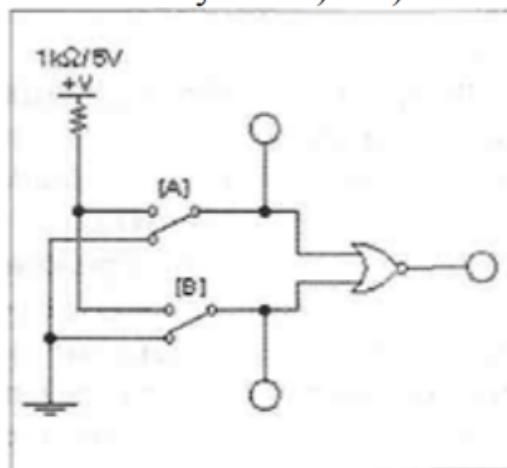


Рис. 1.7. Схема для исследования

Эксперимент 5. Исследование логических схем с помо-

щью генератора слов.

а) Сведения об исследуемой микросхеме.

Откройте файл 12_02 со схемой, изображенной на рис. 1.8. Включите схему. Укажите, к каким выводам микросхемы 7400 подключается источник питания, сколько элементов 2И-НЕ содержит микросхема, сколько элементов используется в данном эксперименте и как обозначены на схеме используемые входы и выходы. Заполните таблицу сведений о микросхеме.

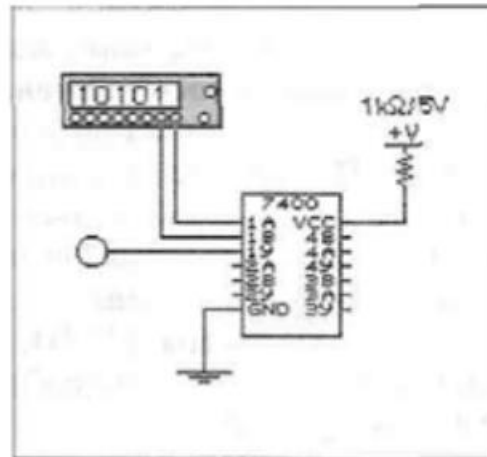


Рис. 1.8. Схема для исследования

б) Экспериментальное получение таблицы истинности логического элемента 2И-НЕ.

Запрограммируйте генератор слов так, чтобы на выходе генератора получать последовательно следующие комбинации: 00, 01, 10, 11. Переведите генератор в режим пошаговой работы нажатием кнопки "Step" на увеличенном изображении генератора. Каждое нажатие кнопки "Step" вызывает переход к очередному слову заданной последовательности, которое подается на выход генератора. Последовательно добавая на микросхему слова из заданной последовательности, заполните таблицу истинности элемента 2И-НЕ.

Указание: значения разрядов текущего слова на выходе генератора отображаются в круглых окнах в нижней части на панели генератора.

Эксперимент 6. Реализация логической функции 3-х переменных.

а) Синтез схемы, реализующей функцию, заданную логическим выражением.

Реализуйте функцию $f = abvbc$ на элементах 2И-НЕ.

Указание. Представьте выражение функции через операции логического умножения и инверсии.

Соберите в Electronics Workbench схему на элементах 2И-НЕ, соответствующую полученному выражению. Подключите к входам схемы генератор слов, к выходу - логический

пробник. Генератор слов запрограммируйте на формирование последовательности из восьми слов, соответствующих числам от 0 до 7: 0=000; 1=001; 2=010; 3=011; 4=100; 5=101; 6=110; 7=111.

В пошаговом режиме, последовательно подавая на вход полученной схемы все слова последовательности, определите при помощи логического пробника уровень сигнала на выходе схемы. Полученные результаты занесите в таблицу.

б) Синтез схемы, реализующей заданную функцию при помощи логического преобразователя.

Для получения схемы, реализующей функцию, описываемую логическим выражением $f=abvbc$ можно воспользоваться логическим преобразователем. Для этого сделайте следующее:

- вызовите логический преобразователь;
- введите в нижнее окно панели преобразователя логическое выражение $abvbc$ клавиатуры (операции ИЛИ соответствует знак +, инверсия обозначается апострофом);
- для реализации схемы на элементах И-НЕ нажмите клавишу $A|B \rightarrow \text{NAND}$ на панели логического преобразователя.

Логический преобразователь выводит на рабочее поле схему, реализующую функцию, описываемую введенным ло-

гическим выражением. Полученная схема приведена на рис. 1.9.

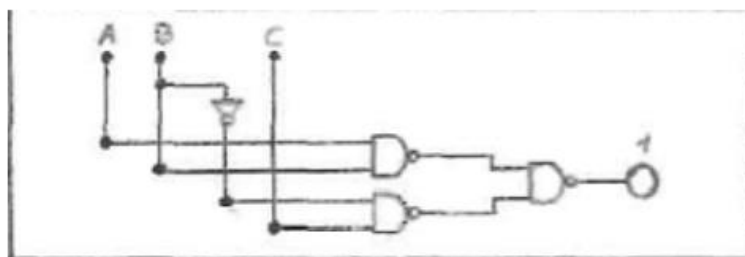


Рис. 1.9. Схема для исследования

К схеме подключите генератор слов, запрограммированный на формирование восьми слов, соответствующих числам от 0 до 7: 0=000; 1=001; 2=010; 3=011; 4=100; 5=101; 6=110; 7=111.

Переведите генератор слов в пошаговый режим. Включите схему. Последовательно подавая на входы схемы указанные слова, и определяя уровень сигнала на выходе схемы логическим пробником, заполните таблицу истинности. Они определяют логические сигналы на входе третьего элемента 2И-НЕ в схеме.