



ISSN 1728-7901

Абай атындағы
Қазақ ұлттық педагогикалық университеті
Казахский национальный педагогический
университет имени Абая

ХАБАРШЫ ВЕСТНИК



Алматы

№ 4 (56)
2016

Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті

ХАБАРШЫ

“Физика-математика ғылымдары”
сериясы № 4 (56)

Бас редактор

КРҰҒА академигі Г.У. Уәлиев

Редакция алқасы:

Бас ред. орынбасарлары:

п.ғ.д. Е.Ы. Бидайбеков,

ф.-м.ғ.к. М.Ж. Бекпаташев

жаратылыс табиғаты

п.ғ.к. Г.А. Абдулкаримова

мұнарлары:

Dr.-ing. Holm Altenbach (Germany),

Dr. S.A. Hasan (Pakistan),

Dr. Yasuhide Fukumoto (Japan),

Phd.d Shuo-Hung Chang, (Taiwan),

п.ғ.д., РБА академигі А.Е. Абылкасымова,

ф.-м.ғ.д. М.Ә. Бектемесов,

ф.-м.ғ.д. А.С. Бердышев,

п.ғ.д. В.В. Гриншкун, (Ресей),

ф.-м.ғ.к. Ф.Р. Гусманова,

т.ғ.д. А.Д. Джурев (Ўзбекистан),

ф.-м.ғ.д., РҒА корр. мүшесі

С.Н. Кабанхин (Ресей),

ф.-м.ғ.д. Б.Ә. Қожақмысов,

ф.-м.ғ.д. КРҰҒА корр. мүшесі В.Н. Косов,

ф.-м.ғ.д. К.К. Коксатов,

т.ғ.д. М.К. Құзбек,

п.ғ.д., РБА академигі М.П. Лавчик, (Ресей),

ф.-м.ғ.д. К.М. Мұқашев,

ф.-м.ғ.д. С.Т. Мұхамбетжанов,

т.ғ.д. Г.Я. Пановко (Ресей),

п.ғ.д. Б.Д. Сыдыков,

ф.-м.ғ.д., КРҰҒА академигі Н.Ж. Тазибаев,

ф.-м.ғ.д. К.Б. Тлебаев,

т.ғ.д. А.К. Тулешов,

ф.-м.ғ.д. З.Г. Уәлиев,

ф.-м.ғ.д., КРҰҒА корр. мүшесі Л.М. Чечин,

ф.-м.ғ.к. Е.Б. Шалбаев,

т.ғ.к. Ш.Н. Хамраев

©Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, 2016

Қазақстан Республикасының Ақпарат

министрілігінде тіркелген

№ 4824 – Ж - 15.03.2004

(Журнал бір жылда 4 рет шығады)

2000 жылдан бастап шығалы

Редакторлары: Ф.Р. Гусманова,

Г.А. Абдулкаримова

Компьютерлік беттеу:

Г.А. Абдулкаримова

Ф.Р. Гусманова

Басуға 23.12.2016 ж. қол қойылды

Тарауы: 300 дана

Көлемі 15.10 е.б.т.

Пішімі 60x84 1/8.

050010, Алматы қаласы,

Достық даңғылы, 13

Абай атындағы ҚазҰПУ

“ЖШС Palitra Press” типографиясында

баспадан өткен

Алматы қаласы. Хатпен көрсеті, 4а

Мазмұны Содержание

К юбилею Г.У. Уәлиева	4
МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ МАТЕМАТИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ	
Е.Ж. Айдос Функция шегін үзіліссіздік ұғымы арқылы анықтау әдісі	6
С.Е. Айтжанов, М. Кайыржан, Б.А. Мырзахмедова, К.К. Шамшиденов Сызықты емес айнымалы көрсеткішті параболалық теңдеудің оң жағын қалпына келтіру есебі	11
Н.Атахан, Н. Асет Сингулярлы ауытқан интегралды дифференциалдық теңдеудің шеттік есептер шешімінің асимптотикалық бағалауы	18
Н.К. Аширбаев, А.Б. Иманбетова, Р.Б. Бекмолдаева, J. Vanaš О решении нелинейного интегрального уравнения Эрдели- Кобера	22
Ж.Д. Байшемиров, А.Б. Жанбырбаев, Т. Фархатов Численное исследование изменения смачиваемости поверхностно-активными веществами	27
М.Ж. Бекпаташев О некорректной задаче со случайными ошибками в данных	34
А.С. Бердышев, Б.Д. Кадыркулов, А. Асхатулы Обратная задача для уравнения смешанного типа четвёртого порядка с дробной производной	38
Е.Ы. Бидайбеков, Н.Т. Ошанова, Р.Қ. Төребекова Әл-Фараби бойынша музыка теориясының арифметикалық негіздерін оқып- зерттеудің қажеттілігі	44
A. Birgebayev The role of proof of differential operators' separability in understanding the environment	50
Б.С. Дарибаев, Д.В. Лебедев, В.А. Перепелкин Реализация численной модели двумерного эллиптического уравнения в системе фрагментированного программирования LUNA	56
Л.Қ. Жансарбаева Екінші ретті эллиптік жүйенің шешімдерінің L_p кеңістігінде коэрцитивті бағалаулары	63
З.С. Карсыбаева Представление промежуточной производной через производную более высокого порядка и функцию	67
Г.Н. Нугманова, Ж.Х. Жуусова Представление Лапласа для интегрируемого уравнения ферромагнетика Гейзенберга с самосогласованным потенциалом	74
Д.Н. Нургабыл Асимптотические оценки решения сингулярно возмущённой задачи с неограниченными граничными условиями	78

МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ МАТЕМАТИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

1. Everitt W.N., Yiertz M. On some properties of the power-ties of a formally self-adjoints differential expressions. Proc. London Math. Soc., 24(3), 1972, 756-768.
2. Бойматов К.Х. Теоремы разделимости.-Докл. АН СССР, 1973, т. 213, № 5, с. 1009-1011.
3. Отелбаев М. О разделимости эллиптических операторов.-Докл. АН СССР, 1977, т. 234, № 3, с. 540-543.
4. Муратбеков М.Б. Теоремы разделимости и спектральные свойства одного класса дифференциальных операторов с нерегулярными коэффициентами. //Автореферат док.дис. физ.-мат. наук Алматы, 1994-30с.
5. Биргебаев А. Элементы теорем вложения и теории разделимости. - Уч. пос. - КазНПУ им.Абая, Алматы-2008, 88 стр.

Аңдатпа. Жұмыста дифференциалдық теңдеу белгілі бір құбылыстың моделі ретінде қарастырылған. Сол модель үшін қойылған есептің жалғыздығы және корректілігінің маңысы айқындалады. Сонымен қатар проблеманың функционалдық кеңістіктегі сәйкес дифференциалдық оператор үшін қалай қойылғаны қарастырылады. Зерттеліп отырған есептің қоршаған ортаны танудағы ролі қарастырылған.

Түйін сөздер: Дифференциалдық оператор, гиперболалық және параболалық теңдеулер, функционал, функционалдық кеңістік.

Аннотация. В работе рассматривается дифференциальное уравнение как модель некоторых физических явлений. Определяется смысл существования единственности и корректности поставленной задачи для изучаемой модели. Показывается, как поставлена данная проблема для соответствующего дифференциального оператора в функциональных пространствах. Обсуждается роль исследуемых задач в познании окружающего мира.

Ключевые слова: Дифференциальный оператор, функционал, функциональное пространство, гиперболическое и параболическое уравнения.

УДК 517.958:004

Б.С. Дарибаев¹, Д.В. Лебедев¹, В.А. Перепелкин²

РЕАЛИЗАЦИЯ ЧИСЛЕННОЙ МОДЕЛИ ДВУМЕРНОГО ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ В СИСТЕМЕ ФРАГМЕНТИРОВАННОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ LUNA

(¹г. Алматы, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, ²г. Новосибирск, Россия, Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН)

Аннотация. При численном моделировании явлений методами конечных разностей на современном суперкомпьютерном оборудовании требует построения сложных программ, адаптирующихся к вычислителю и ходу моделирования для обеспечения эффективности проводимых вычислений. В работе проводится сравнительный анализ двух параллельных программ, реализующих попеременно-треугольный метод для решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в единичном квадрате. Первая реализация построена «традиционным» способом — с использованием интерфейса передачи сообщений MPI, а вторая — с помощью системы LiNA, автоматизирующей конструирование численных программ для мультимикомпьютеров. Сравняются масштабируемость и эффективность распараллеливания программ.

Ключевые слова: Фрагментированное программирование, LiNA, численное решение, MPI, параллельная программа, попеременно-треугольный метод.

Введение. Численное моделирование методами конечных разностей с использованием суперкомпьютеров всё чаще наталкивается на вопросы эффективности

алгоритмов и реализующих их параллельных программ. Для реализации моделей с большим количеством точек необходимо использовать алгоритмы, допускающие эффективную (по ресурсам, времени и т.п.) и масштабируемую параллельную реализацию. В частности, плохой масштабируемостью обладают программы, использующие централизованное управление и/или хранение данных, передачу данных на далёкое расстояние (в смысле сетевой топологии).

Примером алгоритма, допускающего эффективную и масштабируемую реализацию, является попеременно-треугольный метод с чебышевским набором параметров. Он является быстро сходящимся двухслойным итерационным методом, применяемым для решения разностных эллиптических уравнений, возникающих при аппроксимации эллиптических уравнений второго порядка.

Тем не менее, параллельная реализация такого рода алгоритмов является сложной задачей системного параллельного программирования, т.к. в программе требуется обеспечить синхронизацию отдельных вычислительных процессов, передачу данных по сети, и т.п.

Для снижения трудоёмкости разработки подобных параллельных программ применяют инструменты, частично автоматизирующие их конструирование. К таким системам относятся LuNA [1], PaRSEC [2,3], Charm++ [4].

Целью настоящей работы является сравнительное исследование свойств параллельных программ, реализующих попеременно-треугольный метод, применяемый для решения модельного двумерного эллиптического уравнения. Сравняются две параллельные программы, одна из которых получена с помощью традиционного подхода (на базе интерфейса передачи сообщений MPI), а другая — с использованием системы фрагментированного программирования LuNA.

В первом разделе статьи приводятся необходимые определения и описание системы LuNA. Во втором разделе описывается постановка задачи, прикладной алгоритм и схема его параллельной реализации. В третьем разделе приводятся результаты численных экспериментов и сравнительный анализ их производительности.

Система фрагментированного программирования LuNA. В системах автоматизации конструирования параллельных программ используются модели вычислений, отличные от распространённой модели взаимодействующих последовательных процессов, используемой, в частности, в стандарте MPI (Message Passing Interface). Это связано с тем, что различные модели вычислений обладают разными свойствами. Например, динамическая миграция MPI-процесса с одного узла на другой как способ выравнивания нагрузки практически невозможна из-за необходимости переносить всю память процесса по сети, возможных открытых дескрипторов файлов и тому подобных проблем, которые возникают из модели вычислений, используемой в MPI.

В системе LuNA используется модель вычислений, называемая фрагментированной программой (ФП). В этой модели данные задачи представляются как множество отдельных единиц, называемых фрагментами данных (ФД). ФД иммутабельны и являются переменными единственного присваивания. Значения ФД могут иметь как базовый тип (целочисленный, вещественный, и т.п.), так и составной (фрагмент сетки, вектор, и т.п.).

Вычисления задачи задаются множеством процессов, каждый из которых связывается с набором входных и выходных ФД и вычисляет значения выходных ФД из значений входных. ФВ не имеет побочных эффектов.

Вычислительный процесс состоит в том, что ФВ, для которых известны значения всех их входных ФД и неизвестны значения выходных, исполняются, что приводит к

МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ МАТЕМАТИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

вычислению новых ФД. Как следствие, новые ФВ могут быть исполнены, и т.д. Вычислительный процесс заканчивается, когда ни один ФВ не может быть исполнен, либо значения всех требуемых ФД (выходных ФД программы) получены.

Такая модель вычисления обладает рядом преимуществ с точки зрения упрощения создания параллельных программ с требуемыми свойствами.

1) На практике ФВ реализуются как вызовы обычных последовательных процедур, что позволяет, по сути, ограничиться последовательным программированием при разработке параллельной программы. Также это позволяет переиспользовать накопленный багаж последовательных программ.

2) ФП не привязана к конфигурации мультимпьютера. ФД может быть размещён в памяти любого узла, передан по сети на другой узел. ФВ может быть исполнен на любом узле при условии, что все его входные ФД на момент исполнения имеются в памяти этого узла, а под выходные ФД имеется достаточно свободного места. Это позволяет автоматически распределять ФД и ФВ по узлам мультимпьютера по мере исполнения программы, обеспечивая, тем самым, равномерную нагрузку на вычислитель.

3) Программисту не требуется синхронизировать процессы, отслеживать готовность данных или освобождать память — эти функции берёт на себя исполнительная система.

В итоге, программист может разрабатывать параллельные программы не испытывая трудности, свойственные параллельному программированию.

Модель обладает также и недостатками, которые сводятся к тому, что эффективная реализация ФП является сложной оптимизационной задачей. На практике это означает относительно невысокую эффективность исполнения ФП. Высокой эффективности удаётся достичь либо для ограниченного класса приложений, либо путём дополнительной ручной оптимизации исполнения ФП (для чего в системе LuNA имеются соответствующие средства).

Постановка задачи. Рассматривается решение модельного двумерного эллиптического уравнения. Данные уравнения охватывают широкий класс прикладных задач. Для решения разностных эллиптических уравнений, возникающих при аппроксимации эллиптических уравнений второго порядка, часто используют двухслойные итерационные методы. Одним из быстро сходящихся двухслойных итерационных методов является попеременно-треугольный метод с чебышевским набором параметров, предложенный А. А. Самарским [6]. Для параллельной и фрагментированной реализации был выбран параллельный вариант попеременно-треугольного метода для решения эллиптических уравнений на решетке процессоров [7].

Будем рассматривать задачу Дирихле для уравнения Пуассона в единичном квадрате.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -f(x, y) \text{ при } 0 < x < 1, 0 < y < 1 \quad (1)$$

и начальными условиями

$$u(0, y) = u(1, y) = u(x, 0) = u(x, 1) = 0 \quad (2)$$

Правая часть f выбиралась из условия, что бы точным решением задачи (1) была функция $u = 32x(1-x)(1-y)$.

Для численного решения задачи (1) применялся попеременно-треугольный метод (ПТМ) с чебышевским набором параметров τ_k . Для числа итераций в этом методе справедлива оценка $n_0(\varepsilon) = O(\sqrt{N} \ln(2/\varepsilon))$, где ε - требуемая относительная погрешность, N - число узлов разностной сетки в одном пространственном направлении.

В ПТМ разностный оператор аппроксимирующий исходную задачу представляется в виде

$$B = (D + \omega_0 R_1) D^{-1} (D + \omega_0 R_2),$$

где

$$R_1 + R_2 = R, \quad R_1^* = R_2, \quad R > 0, \quad D = D^* > 0.$$

Будем предполагать, что $A = A^* > 0$, оператор A энергетический эквивалент оператору R :

$$c_1 R \leq A \leq c_2 R,$$

а отношение c_2/c_1 не слишком велико.

В качестве априорной информации в ПТМ используются δ и Δ из неравенств

$$\delta D \leq R, \quad R_1 D^{-1} R_2 \leq 0.25 \Delta R.$$

Доказано [6], что оптимальным значением ω_0 является

$$\omega_0 = 2/\sqrt{\delta \Delta},$$

а для числа итерации при чебышёвском наборе параметров τ_k и оптимальном значении ω_0 справедлива оценка

$$n \geq n_0(\varepsilon) = \frac{\ln(2/\varepsilon)}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\Delta}{\delta}} \sqrt{\frac{c_2}{c_1}}$$

При этом значении n имеет место следующая оценка $\|y^n - u\|_F \leq \|y^0 - u\|_F$, где $F = A, B$ или $AB^{-1}A$. В ПТМ оператор D задаваемый диагональной матрицей, выбирается из условия минимума числа итераций.

В настоящей работе в качестве оператора R используется $R = -\Lambda$, где

$$\Lambda y = y_{\bar{x}_1 x_1} + y_{\bar{x}_2 x_2}$$

В классическом варианте ПТМ используются следующие разностные операторы: $D = E$, $R_1 y = y_{\bar{x}_1}/h_1 + y_{\bar{x}_2}/h_2$, $R_2 y = y_{x_1}/h_1 + y_{x_2}/h_2$. При таком выборе операторов значения параметров определяются следующим образом:

$\delta = \sum_{\alpha=1}^2 4h_{\alpha}^{-2} \sin^2(\pi h_{\alpha}/2l_{\alpha})$, $\Delta = \sum_{\alpha=1}^2 4h_{\alpha}^{-2}$ где l_{α}, h_{α} - размер расчетной области и шаг разностной сетки в направлении α .

Для нахождения y^{k+1} ([6]) будем использовать следующий алгоритм

Шаг 1. $r^k = Ay^k - f$.

Шаг 2. $(E + \omega_0 R_1)\bar{w}^k = r^k$.

Шаг 3. $(E + \omega_0 R_2)w^k = \bar{w}^k$.

Шаг 4. $y^{k+1} = y^k - \tau_{k+1} w^k$.

В качестве τ_{k+1} используется чебышёвский набор параметров.

Параллельный вариант попеременно-треугольного метода на решетке процессоров. В качестве параллельного варианта ПТМ использовался алгоритм, предложенный в [7]. Его особенность заключается в том, что операторы R_1 и R_2 представляются в виде суммы двух операторов.

$$R_1 = R_1^1 + R_1^2, \quad R_2 = R_2^1 + R_2^2$$

где

$$R_1^{\alpha} y = \begin{cases} y_{\bar{x}_{\alpha}}/h_{\alpha}, & i_{\alpha} = N_{i_{\alpha}} 2n_{\alpha} + 1, \dots, N_{i_{\alpha}} (2n_{\alpha} + 1) - 1, n_{\alpha} = 0, 1, \dots, M_{1\alpha}, \\ -y_{x_{\alpha}}/h_{\alpha}, & i_{\alpha} = N_{i_{\alpha}} (2n_{\alpha} + 1) + 1, \dots, N_{i_{\alpha}} (2n_{\alpha} + 2) - 1, n_{\alpha} = 0, 1, \dots, M_{2\alpha}, \\ -y_{\bar{x}_{\alpha} x_{\alpha}} - y/h_{\alpha}^2, & i_{\alpha} = N_{i_{\alpha}} 2n_{\alpha}, \quad n_{\alpha} = 1, \dots, M_{1\alpha}, \\ y/h_{\alpha}^2, & i_{\alpha} = N_{i_{\alpha}} (2n_{\alpha} + 1), \quad n_{\alpha} = 0, 1, \dots, M_{2\alpha} \end{cases}$$

$$R_2^{\alpha} y = \begin{cases} -y_{x_{\alpha}}/h_{\alpha}, & i_{\alpha} = N_{i_{\alpha}} 2n_{\alpha} + 1, \dots, N_{i_{\alpha}} (2n_{\alpha} + 1) - 1, n_{\alpha} = 0, 1, \dots, M_{1\alpha}, \\ y_{\bar{x}_{\alpha}}/h_{\alpha}, & i_{\alpha} = N_{i_{\alpha}} (2n_{\alpha} + 1) + 1, \dots, N_{i_{\alpha}} (2n_{\alpha} + 2) - 1, n_{\alpha} = 0, 1, \dots, M_{2\alpha}, \\ y/h_{\alpha}^2, & i_{\alpha} = N_{i_{\alpha}} 2n_{\alpha}, \quad n_{\alpha} = 1, \dots, M_{1\alpha}, \\ -y_{\bar{x}_{\alpha} x_{\alpha}} - y/h_{\alpha}^2, & i_{\alpha} = N_{i_{\alpha}} (2n_{\alpha} + 1), \quad n_{\alpha} = 0, 1, \dots, M_{2\alpha} \end{cases}$$

МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ МАТЕМАТИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

где $N_{1\alpha} = N_{\alpha}/N_{k\alpha}$, $M_{1\alpha} = M_{2\alpha} = 0.5(N_{k\alpha} - 2)$ при $N_{k\alpha}$ четном, $M_{1\alpha} = 0.5(N_{k\alpha} - 1)$, $M_{2\alpha} = 0.5(N_{k\alpha} - 3)$ при $N_{k\alpha}$ нечетном, $N_{k\alpha} \geq 3$, $\alpha = 1, 2$.

Очевидно, что $R_1 + R_2 = R = -\Lambda > 0$.

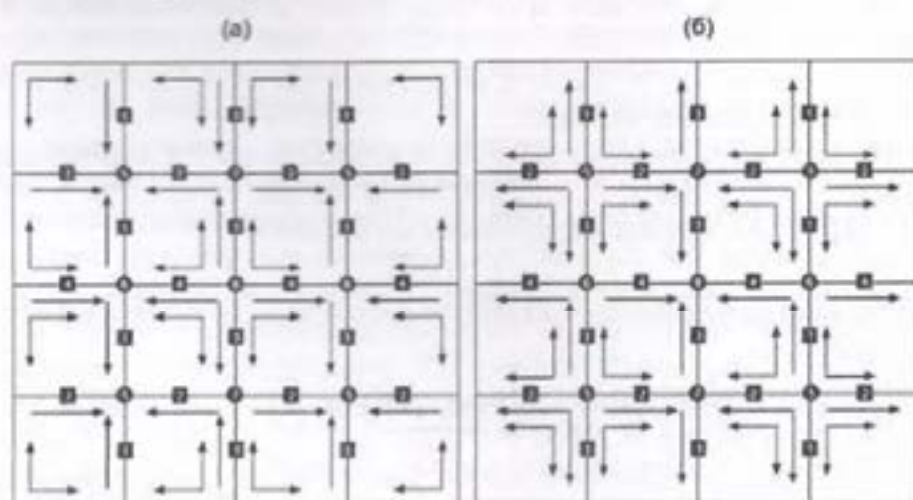


Рисунок 1. Схема вычислений для параллельного алгоритма ПТМ

Расчет на каждой итерации состоит из четырех этапов, аналогичных классическому ПТМ.

Первый этап может выполняться независимо на каждом процессоре, если определены значения y^k , соответствующей подобласти, и значения приграничных точек из соседних подобластей.

$$r^k = Ay^k - f$$

Второй и третий этап вычислений показаны на рисунке 1 (а) и (б) соответственно и происходит по следующей схеме.

Второй этап вычислений начинается с точки 8, затем этого расчет продолжается на линиях 3 и 4 в направлениях, указанных стрелками. Далее расчет происходит во внутренних точках геометрических подобластей. После расчета во внутренних точках расчет происходит в точках 6, 7 и на линиях 1, 2 в направлениях, указанных стрелками и завершается в точках 5. Для вычислений в точках 6, 7 и на линиях 1, 2 и в точке 5 необходимо произвести обмен информацией между соседними процессорами.

$$\bar{w}^k = (D + \omega_0 R_1)^{-1} r^k$$

Параллельная реализация третьего этапа вычислений происходит аналогично (Рисунок 1(б)). Расчет начинается в точках 5, далее происходит на линиях 7, 2, затем - во внутренних точках подобластей, далее - в точках 6, 7 и на линиях 3, 4 и завершается в точке 8. Осуществляется необходимый обмен информацией между соседними процессорами.

$$w^k = (D + \omega_0 R_2)^{-1} D \bar{w}^k.$$

Следует отметить, что в каждом процессоре значения w^k в приграничных точках соседних подобластей либо пересылаются в процессе расчета, либо могут быть непосредственно вычислены (за исключением ряда угловых точек). Такой подход сократит количество пересылок. Поэтому на четвертом этапе в каждом процессоре y^{k+1} может быть вычислено во внутренних точках подобласти, точках внутренних границ и в прилежащих к внутренним границам точках, находящихся в соседних подобластях.

$$y^{k+1} = y^k - \tau_{k+1} w^k.$$

Вычисления на всех этапах происходят на каждой итерации k до сходимости метода.

Тестирование. Были реализованы последовательная, параллельная, с использованием стандарта MPI, и фрагментированная программы. Тестирование проводилось для различного количества точек по пространственным координатам и разного количества процессоров для параллельной реализации. Последовательная, параллельная и LuNA программы запускались на кластере ССКЦ. Параллельная программа запускалась по 8 процессоров на узел. LuNA программа запускалась в режиме 8 потоков на узел. Количество узлов менялось в зависимости от декомпозиции области. Целью тестирования являлось определение эффективности различных реализаций рассматриваемого численного алгоритма. Результаты тестирования приведены на рисунке 2.

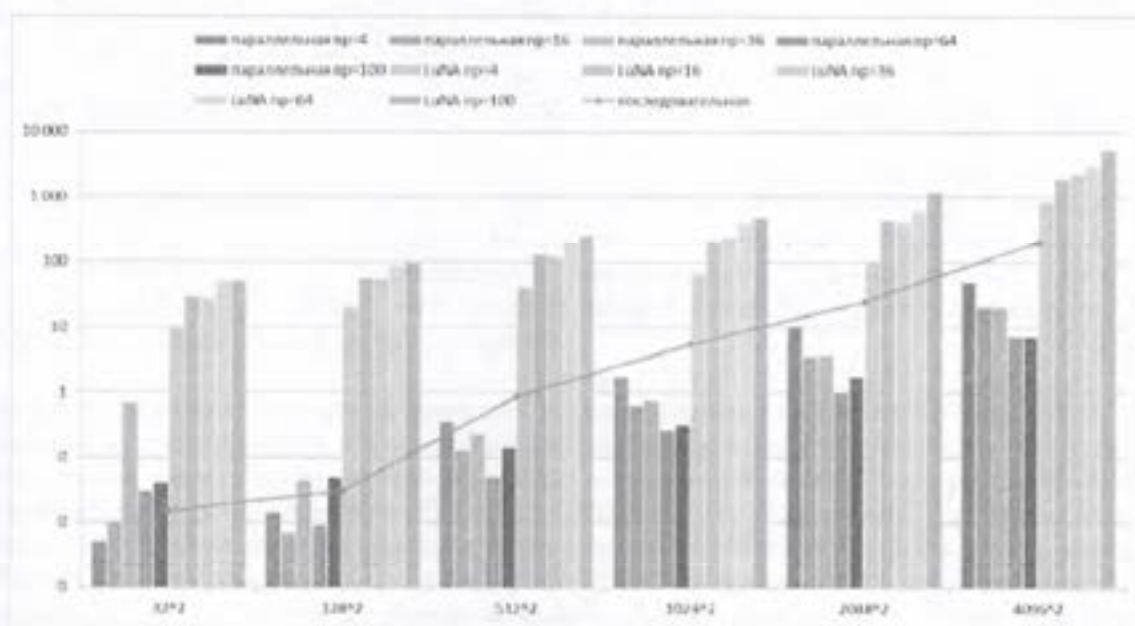


Рисунок 2. Время расчета (в сек.) в зависимости от числа точек сетки

Из рисунка 2 видно, что параллельная реализация алгоритма является самой быстрой в зависимости от количества процессоров. На размере задачи 32×32 самое маленькое время счета у параллельной реализации, которая запускалась на 4 процессорах. С увеличением размера задачи при запуске параллельной реализации на разном количестве процессоров минимальное время расчета достигается на большем количестве процессоров. Так при размере задачи 128×128 минимальное время расчета при количестве процессоров, равном 16. Также при увеличении количества процессоров без изменения размера области время расчета увеличивается. Это связано с тем что время счета уменьшается, но при этом больше времени тратится на передачу данных.

Можно сделать вывод, что при увеличении размерности задачи для более быстрого счета необходимо увеличивать и количество процессоров.

Заключение. Были исследованы эффективность и масштабируемость двух параллельных программ, реализующих поперечно-треугольный метод для решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в единичном квадрате. Исследование показало, что MPI-программа обладает более высокой эффективностью и масштабируемостью, чем LuNA-программа. LuNA-программа оказалась проще в разработке и отладке за счёт

МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ МАТЕМАТИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

отсутствия необходимости программировать привязку к вычислителю (распределение подзадач по узлам кластера и т.п.).

Работа выполнена при поддержке грантового финансирования научно-технических программ и проектов Комитетом науки МОН РК, грант № 5029/ГФ4.

1. V.E. Malyshkin, V.A. Perepelkin. LuNA Fragmented Programming System, Main Functions and Peculiarities of Run-Time Subsystem // Proceedings of the 11th International Conference on Parallel Computing Technologies, LNCS 6873. – P. 53-61, Springer, 2011.
2. G. Bosilca, A. Bouteiller, A. Danalis, M. Faverge, T. Herault, J. Dongarra. PaRSEC: exploiting heterogeneity to enhance scalability // IEEE Comput Sci Eng. – 2013. – 15(6):36–45 p.
3. G. Bosilca, A. Bouteiller, A. Danalis, M. Faverge, A. Haidar, T. Herault, J. Kurzak, J. Langou, P. Lemarinier, H. Ltaief, P. Luszczek, A. YarKhan, J. Dongarra. Flexible Development of Dense Linear Algebra Algorithms on Massively Parallel Architectures with DPLASMA // Proceedings of the Workshops of the 25th IEEE International Symposium on Parallel and Distributed Processing (IPDPS 2011 Workshops), IEEE, Anchorage, Alaska, USA, – 2011. – P. 1432-1441.
4. Charm++. <http://charm.cs.uiuc.edu>
5. NAMD: Scalable molecular dynamics library. <http://www.ks.uiuc.edu/Research/namd>.
6. А.А. Самарский. Теория разностных систем. – М.: Наука, 1989.
7. О.Ю. Милюкова, Б.Н. Четверушкин. Параллельный вариант попеременно-треугольного метода, // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 1998, – Т. 38(2). – С. 228–238.

Аңдатпа. Берілген құбылыстарды заманауи суперкомпьютерлерде айырымдық әдістер арқылы сандық модельдеу жүргізілетін есептеулердің тиімділігін арттыру үшін есептеушіке және моделдеудің қадамдарына бейімделетін күрделі бағдарламаларды құруды талап етеді. Берілген жұмыста бірлік шаршыда Пуассон теңдеуі үшін Дирихле есебін шешу үшін айырымдық үйбұрыш әдісін жүзеге асыратын екі параллельді бағдарламаларды салыстырмалы талдау келтіріледі. Біріншісі, хабарламаларды жіберу интерфейсі қолданатын MPI «дәстүрлі» әдісі арқылы, ал екіншісі, мультикомпьютерлерге арналған сандық бағдарламаларды құрастыруды автоматтандыратын LuNA жүйесі арқылы жүзеге асырады. Бағдарламалардың параллелденуінің көлемділігі мен тиімділігі салыстырылады.

Түйін сөздер: Фрагменттелген бағдарлама, LuNA, сандық шешім, MPI, параллельдік бағдарлама, айнымалы үйбұрышты әдіс.

Abstract. In the numerical simulation of phenomena of finite difference methods on modern supercomputers requires the construction of complex programs, adapting to the calculator and modelling course to ensure the effectiveness of the calculations. The paper presents a comparative analysis of two parallel programs implementing the alternating triangular method for solving the Dirichlet problem for the Poisson equation in the unit square. The first implementation is based "traditional" way - by using the MPI message passing interface, and the second - with the help of LuNA system that automates the design of numerical programs for multicomputers. We compare the scalability and efficiency of parallelizing programs.

Keywords: Fragmented programming, LuNA, numerical solution, MPI, parallel program, alternating triangular method.