

ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Х А Б А Р Л А Р Ы

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА
СЕРИЯСЫ**



**СЕРИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ**



**PHYSICO-MATHEMATICAL
SERIES**

1 (305)

**ҚАҢТАР – АҚПАҢ 2016 ж.
ЯНВАРЬ – ФЕВРАЛЬ 2016 г.
JANUARY – FEBRUARY 2016**

**1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963**

**ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR**

**АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK**

Б а с р е д а к т о р

ҚР ҰҒА академигі,
Мұтанов Г. М.

Р е д а к ц и я а л қ а с ы:

физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Әшімов А.А.**; техн. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Байғұнचेков Ж.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Жұмаділдаев А.С.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Қалменов Т.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Мұқашев Б.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Өтелбаев М.О.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Тәкібаев Н.Ж.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА академигі **Харин С.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Әбішев М.Е.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Жантаев Ж.Ш.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Қалимолдаев М.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Косов В.Н.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Мұсабаев Т.А.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Ойнаров Р.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Рамазанов Т.С.** (бас редактордың орынбасары); физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Темірбеков Н.М.**; физ.-мат. ғ. докторы, проф., ҚР ҰҒА корр. мүшесі **Өмірбаев У.У.**

Р е д а к ц и я к ең е с і:

Украинаның ҰҒА академигі **И.Н. Вишневский** (Украина); Украинаның ҰҒА академигі **А.М. Ковалев** (Украина); Беларусь Республикасының ҰҒА академигі **А.А. Михалевич** (Беларусь); Әзірбайжан ҰҒА академигі **А. Пашаев** (Әзірбайжан); Молдова Республикасының ҰҒА академигі **И. Тигиняну** (Молдова); мед. ғ. докторы, проф. **Иозеф Банас** (Польша)

Главный редактор

академик НАН РК

Г. М. Мутанов

Редакционная коллегия:

доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.А. Ашимов**; доктор техн. наук, проф., академик НАН РК **Ж.Ж. Байгунчечков**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **А.С. Джумадиляев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Т.Ш. Кальменов**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Б.Н. Мукашев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **М.О. Отелбаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **Н.Ж. Такибаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., академик НАН РК **С.Н. Харин**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Е. Абишев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Ж.Ш. Жантаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **М.Н. Калимолдаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **В.Н. Косов**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.А. Мусабаев**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Р. Ойнаров**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Т.С. Рамазанов** (заместитель главного редактора); доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **Н.М. Темирбеков**; доктор физ.-мат. наук, проф., чл.-корр. НАН РК **У.У. Умирбаев**

Редакционный совет:

академик НАН Украины **И.Н. Вишневский** (Украина); академик НАН Украины **А.М. Ковалев** (Украина); академик НАН Республики Беларусь **А.А. Михалевич** (Беларусь); академик НАН Азербайджанской Республики **А. Пашаев** (Азербайджан); академик НАН Республики Молдова **И. Тигиняну** (Молдова); д. мед. н., проф. **Иозеф Банас** (Польша)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая». ISSN 1991-346X

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18,
www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© Национальная академия наук Республики Казахстан, 2016

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

E d i t o r i n c h i e f

G. M. Mutanov,
academician of NAS RK

E d i t o r i a l b o a r d :

A.A. Ashimov, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **Zh.Zh. Baigunchekov**, dr. eng. sc., prof., academician of NAS RK; **A.S. Dzhumadildayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **T.S. Kalmenov**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **B.N. Mukhashev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.O. Otelbayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **N.Zh. Takibayev**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **S.N. Kharin**, dr. phys-math. sc., prof., academician of NAS RK; **M.Ye. Abishev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **Zh.Sh. Zhantayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **M.N. Kalimoldayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **V.N. Kosov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.A. Mussabayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **R. Oinarov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **T.S. Ramazanov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK (deputy editor); **N.M. Temirbekov**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK; **U.U. Umirbayev**, dr. phys-math. sc., prof., corr. member of NAS RK

E d i t o r i a l s t a f f :

I.N. Vishnievski, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.M. Kovalev**, NAS Ukraine academician (Ukraine); **A.A. Mikhalevich**, NAS Belarus academician (Belarus); **A. Pashayev**, NAS Azerbaijan academician (Azerbaijan); **I. Tighineanu**, NAS Moldova academician (Moldova); **Joseph Banas**, prof. (Poland).

News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Physical-mathematical series.
ISSN 1991-346X

Owner: RPA "National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan" (Almaty)

The certificate of registration of a periodic printed publication in the Committee of information and archives of the Ministry of culture and information of the Republic of Kazakhstan N 5543-Ж, issued 01.06.2006

Periodicity: 6 times a year

Circulation: 300 copies

Editorial address: 28, Shevchenko str., of. 219, 220, Almaty, 050010, tel. 272-13-19, 272-13-18,

www.nauka-nanrk.kz / physics-mathematics.kz

© National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, 2016

Address of printing house: ST "Aruna", 75, Muratbayev str, Almaty

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES

ISSN 1991-346X

Volume 1, Number 305 (2016), 178 – 189

ON A SOLVABILITY OF LINEAR BOUNDARY VALUE PROBLEM WITH MULTIPOINT INTEGRAL CONDITION FOR THE LOADED DIFFERENTIAL EQUATIONS UNDER IMPULSE EFFECT

Zh. M. Kadirbayeva, S. S. Kabdrakhova

Institute of mathematics and mathematical modeling MES RK, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: anarasanova@list.ru, apelman86pm@mail.ru

Key words: equation, impulse, load, solvability, algorithm.

Abstract. A linear boundary value problem with multipoint integral condition for the system loaded differential equations under impulse effect is considered. The method of parameterization is used for solving the considering problem. The linear boundary value problem with multipoint integral condition for the system loaded differential equations under impulse effect by introducing additional parameters at the loading points is reduced to an equivalent boundary value problem with parameters. The equivalent boundary value problem with parameters consist of the Cauchy problem for the system of ordinary differential equations with parameters, multipoint integral condition and condition of impulse effects. The solution of the Cauchy problem for the system of ordinary differential equations with parameters is constructed using the fundamental matrix of the differential equation. The system of a linear algebraic equations with respect to the parameters are composed by substituting the values of the corresponding points in the built solutions to the multipoint integral condition and the condition of impulse effect. The lemma on the relationship between solution of the linear algebraic equations with respect to the parameters and the solution of the linear boundary value problem with multipoint integral condition for the system loaded differential equations under impulse effect is proved. A criterion of the unique solvability of the linear boundary value problem with multipoint integral condition for the system loaded differential equations under impulse effect in terms of the matrix of system of the linear algebraic equations with respect to the parameters. A necessary and sufficient condition of the solvability of the linear boundary value problem with multipoint integral condition for the system loaded differential equations under impulse effect is proved by orthogonality right-hand side of the system of linear algebraic equations with respect to the parameters to the kernel of transposed matrix of coefficient. An algorithm for finding the solution of the linear boundary value problem with multipoint integral condition for the system loaded differential equations under impulse effect based on the parameterization method is offered. The algorithm is illustrated by an example for finding the solution of the linear boundary value problem with multipoint integral condition for the system loaded differential equations under impulse effect.

УДК 517.956.3, 517.75

О РАЗРЕШИМОСТИ ЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ С МНОГОТОЧЕЧНЫМ ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ ДЛЯ НАГРУЖЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Ж. М. Кадирбаева, С. С. Кабдрахова

Институт математики и математического моделирования МОН РК, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: уравнение, импульс, нагрузка, разрешимость, алгоритм.

Аннотация. Рассматривается линейная краевая задача с многоточечным интегральным условием для системы нагруженных дифференциальных уравнений при импульсном воздействии. Для решения рассматриваемой задачи применяется метод параметризации. Линейная краевая задача с многоточечным

интегральным условием для систем нагруженных дифференциальных уравнений при импульсном воздействии путем введения дополнительных параметров в точках нагружения сводится к эквивалентной краевой задаче с параметрами. Эквивалентная краевая задача с параметрами состоит из задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с параметрами, многоточечного интегрального условия и условия импульсного воздействия. Решение задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с параметрами строится с помощью фундаментальной матрицы дифференциального уравнения. Подставляя значения в соответствующих точках построенного решения в многоточечное интегральное условие и условие импульсного воздействия, составляется система линейных алгебраических уравнений относительно параметров. Доказывается лемма о взаимосвязи решения системы линейных алгебраических уравнений относительно параметров и решения линейной краевой задачи с многоточечным интегральным условием для систем нагруженных дифференциальных уравнений при импульсном воздействии. Установлен критерий однозначной разрешимости линейной краевой задачи с многоточечным интегральным условием для систем нагруженных дифференциальных уравнений при импульсном воздействии в терминах матрицы системы линейных алгебраических уравнений относительно параметров. Доказано необходимое и достаточное условие разрешимости линейной краевой задачи с многоточечным интегральным условием для систем нагруженных дифференциальных уравнений при импульсном воздействии через ортогональность правой части системы линейных алгебраических уравнений относительно параметров к ядру транспонированной матрицы коэффициентов. Предложен алгоритм нахождения решения линейной краевой задачи с многоточечным интегральным условием для систем нагруженных дифференциальных уравнений при импульсном воздействии, основанный на методе параметризации. Алгоритм иллюстрируется примером для нахождения решения линейной краевой задачи с многоточечным интегральным условием для двумерного нагруженного дифференциального уравнения при импульсном воздействии.

В последние годы наблюдается интенсивное исследование нагруженных дифференциальных уравнений, связанное, с различными приложениями задач, ассоциированных с нагруженными уравнениями.

К задачам приложения, описываемых этими уравнениями, относятся задача долгосрочного прогнозирования и регулирования уровня грунтовых вод и почвенной влаги [1, 2, 4], моделирования процессов переноса частиц, некоторые задачи оптимального управления [3, 5].

Отметим, что нагруженные дифференциальные уравнения описывают процессы с последствием, в которых состояние процесса в какой-либо точке и в какой-либо момент может оказывать влияние на весь процесс в целом [4].

Нагруженные обыкновенные дифференциальные уравнения и краевые задачи для таких уравнений рассмотрены в [1–10] и установлены условия их разрешимости различными методами. В работах [4, 10] исследовались вопросы разрешимости нагруженных дифференциальных уравнений в частных производных.

Как известно, внимание исследователей привлекают нелокальные задачи для дифференциальных уравнений различных классов. Возросший интерес к задачам с нелокальными условиями связан с бурным развитием вычислительной и измерительной техники, которое позволило изучать наиболее адекватные математические модели рассматриваемых процессов естествознания.

Нелокальность условий обусловлена практической невозможностью производить замеры или воздействовать на процессы в отдельно взятой точке распределенных в пространстве объекта или мгновенно во времени. Например, периодические краевые задачи описывают волновые процессы. Одним из важных классов нелокальных задач для дифференциальных уравнений являются задачи с интегральными условиями. Интегральные условия возникают в тех случаях, когда невозможно непосредственное измерение каких-либо физических величин, но известно их усредненное значение. Подобные ситуации имеют место при изучении явлений, происходящих в плазме, процессов распространения тепла, некоторых технологических процессов, процессов влагопереноса в пористых средах, обратных задачах, а также в задачах математической биологии и демографии [3, 11–14, 16, 17].

В работах [5, 14–16] предложен численный метод решения систем линейных неавтономных обыкновенных нагруженных дифференциальных уравнений с неразделенными многоточечными и интегральными условиями. Метод основан на операции свертывания интегральных условий в локальные, что позволяет свести решение исходной задачи к решению задачи Коши относительно систем обыкновенных дифференциальных уравнений и линейных алгебраических уравнений. При

использовании метода линеаризации предлагаемый подход применен для решения систем нелинейных нагруженных обыкновенных дифференциальных уравнений с нелокальными условиями.

Математическое моделирование эволюции реальных процессов с кратковременными возмущениями, длительностью которых можно пренебречь, приводит к необходимости исследования дифференциальных уравнений с импульсным воздействием [18]. Различные задачи для таких уравнений, методы их решения и другие вопросы теории импульсных систем рассмотрены многими авторами, обзор и библиографию можно посмотреть в [19]. Как было отмечено в [20], наличие импульса существенно влияет на свойства решений обыкновенных дифференциальных уравнений.

В настоящей работе рассматривается краевая задача для нагруженных дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{dt} = A_0(t)x + \sum_{j=1}^m A_j(t) \lim_{t \rightarrow \theta_j+0} x(t) + f(t), \quad t \in (0, T) \setminus \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m\}, \quad (1)$$

$$B_0 x(0) + D_0 x(\theta_1) + C_0 x(T) + \int_0^T M(t)x(t)dt = d, \quad d \in R^n, \quad x \in R^n, \quad (2)$$

$$B_i \lim_{t \rightarrow \theta_i-0} x(t) - C_i \lim_{t \rightarrow \theta_i+0} x(t) = \varphi_i, \quad \varphi_i \in R^n, \quad i = \overline{1, m}, \quad (3)$$

где $(n \times n)$ -матрицы $A_j(t)$, $M(t)$, $j = \overline{0, m}$ и n -вектор-функция $f(t)$ кусочно-непрерывны на $[0, T]$, с возможными разрывами первого рода в точках $t = \theta_i$, $i = \overline{1, m}$. D_0 , B_j и C_j , $j = \overline{0, m}$ – постоянные матрицы размерности $(n \times n)$, $0 = \theta_0 < \theta_1 < \dots < \theta_m < \theta_{m+1} = T$.

Решением задачи (1)-(3) является кусочно-непрерывно дифференцируемая на $[0, T]$ вектор-функция $x(t)$, которая удовлетворяет нагруженному дифференциальному уравнению (1) на $[0, T]$, кроме точек $t = \theta_i$, $i = \overline{1, m}$, интегральному краевому условию (2) и условиям импульсных воздействий в фиксированные моменты времени (3).

Ранее в работах [6–9] линейная двухточечная краевая задача для нагруженных дифференциальных уравнений решалась методом параметризации [21]. На его основе были установлены необходимые и достаточные условия однозначной разрешимости указанной задачи. Краевая задача с многоточечными условиями для систем обыкновенных дифференциальных уравнений изучалась в [22] также методом параметризации. Были получены необходимые и достаточные условия однозначной и корректной разрешимости многоточечных краевых задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

В данной работе исследуются вопросы разрешимости линейной краевой задачи с многоточечным интегральным условием (2) для систем нагруженных дифференциальных уравнений (1) при импульсном воздействии (3).

Определение. Задача (1)-(3) называется однозначно разрешимой, если для любой функции $f(t) \in C([0, T], R^n)$ для любых векторов $d \in R^n$, $\varphi_i \in R^n$, $i = \overline{1, m}$, она имеет единственное решение.

Для решения задачи (1)-(3) применяется метод параметризации. Интервал $[0, T]$ разбиваем на части точками нагружения: $[0, T] = \bigcup_{r=1}^{m+1} [\theta_{r-1}, \theta_r)$.

Введем пространство $C([0, T], \theta_r, R^{n(m+1)})$ систем функций $x[t] = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_{m+1}(t))$, где функции $x_r(t)$, $r = \overline{1, m+1}$, непрерывны на $[\theta_{r-1}, \theta_r)$ и имеют конечный левосторонний предел $\lim_{t \rightarrow \theta_r-0} x_r(t)$, $r = \overline{1, m+1}$, с нормой $\|x[\cdot]\|_2 = \max_{r=\overline{1, m+1}} \sup_{t \in [\theta_{r-1}, \theta_r)} \|x_r(t)\|$.

Сужение вектор-функции $x(t)$ на r -ый интервал $[\theta_{r-1}, \theta_r)$ обозначим через $x_r(t)$, т.е. $x_r(t) = x(t)$ при $t \in [\theta_{r-1}, \theta_r)$, $r = \overline{1, m+1}$.

Введем дополнительные параметры $\lambda_r = x_r(\theta_{r-1})$, $r = \overline{1, m+1}$, и на каждом интервале $[\theta_{r-1}, \theta_r)$ производим замену $u_r(t) = x_r(t) - \lambda_r$, $r = \overline{1, m+1}$. Тогда исходная задача (1)-(3) перейдет к эквивалентной краевой задаче с параметрами

$$\frac{du_r}{dt} = A_0(t)(u_r + \lambda_r) + \sum_{j=1}^m A_j(t)\lambda_{j+1} + f(t), \quad t \in [\theta_{r-1}, \theta_r), \quad (4)$$

$$u_r(\theta_{r-1}) = 0, \quad r = \overline{1, m+1}, \quad (5)$$

$$B_0\lambda_1 + D_0\lambda_2 + C_0\lambda_{m+1} + C_0 \lim_{t \rightarrow T-0} u_{m+1}(t) + \sum_{j=1}^{m+1} \int_{\theta_{j-1}}^{\theta_j} M(t)[u_j(t) + \lambda_j] dt = d, \quad (6)$$

$$B_i \lim_{t \rightarrow \theta_i-0} u_i(t) + B_i\lambda_i - C_i\lambda_{i+1} = \varphi_i, \quad i = \overline{1, m}. \quad (7)$$

Решением задачи (4)-(7) является пара $(\lambda, u[t])$ с элементами $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{m+1}) \in R^{n(m+1)}$, $u[t] = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_{m+1}(t)) \in C([0, T], \theta_r, R^{n(m+1)})$, где функции $u_r(t)$ непрерывно дифференцируемы на $[\theta_{r-1}, \theta_r)$, $r = \overline{1, m+1}$ и при $\lambda_r = \lambda_r^*$ удовлетворяют системе обыкновенных дифференциальных уравнений (4) и условиям (5)-(7).

Задачи (1)-(3) и (4)-(7) эквивалентны в следующем смысле. Если пара $(\tilde{\lambda}, \tilde{u}[t])$ где $\tilde{\lambda} = (\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2, \dots, \tilde{\lambda}_{m+1}) \in R^{n(m+1)}$, $\tilde{u}[t] = (\tilde{u}_1(t), \tilde{u}_2(t), \dots, \tilde{u}_{m+1}(t)) \in C([0, T], \theta_r, R^{n(m+1)})$ – решение задачи (4)-(7), то функция $\tilde{x}(t)$ определяемая равенствами $\tilde{x}(t) = \tilde{\lambda}_r + \tilde{u}_r(t)$, $t \in [\theta_{r-1}, \theta_r)$, $r = \overline{1, m+1}$, $\tilde{x}(T) = \tilde{\lambda}_{m+1} + \lim_{t \rightarrow T-0} \tilde{u}_{m+1}(t)$ будет решением исходной задачи (1)-(3). И наоборот, если функция $x(t)$ является решением задачи (4)-(7), то пара $(\lambda, u[t])$ где $\lambda = (x(\theta_0), x(\theta_1), \dots, x(\theta_{m+1}))$, $u[t] = (x(t) - x(\theta_0), x(t) - x(\theta_1), \dots, x(t) - x(\theta_{m+1}))$, будет решением задачи (4)-(7).

Введение дополнительных параметров позволяет получить начальные данные (5). При фиксированных значениях параметров $\lambda \in R^{n(m+1)}$ систему функций $u[t]$ можно определить решая задачи Коши (4), (5).

Используя $X(t)$ – фундаментальную матрицу дифференциального уравнения $\frac{dx}{dt} = A(t)x$, решение задачи Коши (4), (5) запишем в виде

$$u_r(t) = X(t) \int_{\theta_{r-1}}^t X^{-1}(\tau) \left[A_0(\tau)\lambda_r + \sum_{j=1}^m A_j(\tau)\lambda_{j+1} + f(\tau) \right] d\tau, \quad t \in [\theta_{r-1}, \theta_r),$$

$$r = \overline{1, m+1}. \quad (8)$$

В интегральное условие (6) и условия импульса (7) подставляя правую часть (8), получим следующую систему алгебраических уравнений относительно параметров:

$$\begin{aligned}
 & B_0 \lambda_1 + D_0 \lambda_2 + C_0 \lambda_{m+1} + C_0 X(T) \int_{\theta_m}^T X^{-1}(\tau) \left[A_0(\tau) \lambda_{m+1} + \sum_{j=1}^m A_j(\tau) \lambda_{j+1} \right] d\tau + \\
 & + \sum_{j=1}^{m+1} \int_{\theta_{j-1}}^{\theta_j} M(t) \left\{ X(t) \int_{\theta_{j-1}}^t X^{-1}(\tau) \left[A_0(\tau) \lambda_j + \sum_{j=1}^m A_j(\tau) \lambda_{j+1} \right] d\tau + \lambda_j \right\} dt = \\
 & = d - C_0 X(T) \int_{\theta_m}^T X^{-1}(\tau) f(\tau) d\tau - \sum_{j=1}^{m+1} \int_{\theta_{j-1}}^{\theta_j} M(t) X(t) \int_{\theta_{j-1}}^t X^{-1}(\tau) f(\tau) d\tau dt, \\
 & B_i X(\theta_i) \int_{\theta_{i-1}}^{\theta_i} X^{-1}(\tau) \left[A_0(\tau) \lambda_i + \sum_{j=1}^m A_j(\tau) \lambda_{j+1} \right] d\tau + B_i \lambda_i - C_i \lambda_{i+1} = \\
 & = \varphi_i - B_i X(\theta_i) \int_{\theta_{i-1}}^{\theta_i} X^{-1}(\tau) f(\tau) d\tau, \quad i = \overline{1, m}.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Матрицу, соответствующую левой части системы уравнений (9), (10), обозначим через $Q(\theta)$ и систему запишем в виде

$$Q(\theta)\lambda = F(\theta), \quad \lambda \in R^{n(m+1)}, \tag{11}$$

где

$$F(\theta) = \begin{pmatrix} d - C_0 X(T) \int_{\theta_m}^T X^{-1}(\tau) f(\tau) d\tau - \sum_{j=1}^{m+1} \int_{\theta_{j-1}}^{\theta_j} M(t) X(t) \int_{\theta_{j-1}}^t X^{-1}(\tau) f(\tau) d\tau dt \\ \varphi_1 - B_1 X(\theta_1) \int_{\theta_0}^{\theta_1} X^{-1}(\tau) f(\tau) d\tau \\ \dots\dots\dots \\ \varphi_m - B_m X(\theta_m) \int_{\theta_{m-1}}^{\theta_m} X^{-1}(\tau) f(\tau) d\tau \end{pmatrix}.$$

Следующие утверждения являются аналогами соответствующей леммы и теоремы, которые были доказаны в работе [23] для интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма.

Лемма 1. *Справедливы следующие утверждения:*

а) вектор $\lambda^* = (\lambda_1^*, \lambda_2^*, \dots, \lambda_{m+1}^*) \in R^{n(m+1)}$, составленный из значений решения $x^*(t)$ задачи (1)-(3) в точках разбиения $\lambda_r^* = x^*(\theta_{r-1})$, $r = \overline{1, m+1}$, удовлетворяет системе (11);

б) если $\tilde{\lambda} = (\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2, \dots, \tilde{\lambda}_{m+1}) \in R^{n(m+1)}$ является решением системы уравнений (11), а система функций $\tilde{u}[t] = (\tilde{u}_1(t), \tilde{u}_2(t), \dots, \tilde{u}_{m+1}(t))$ решением задачи Коши (4), (5) при $\lambda_r = \tilde{\lambda}_r$, $r = \overline{1, m+1}$, то функция $\tilde{x}(t)$, определяемая равенствами $\tilde{x}(t) = \tilde{\lambda}_r + \tilde{u}_r(t)$, $t \in [\theta_{r-1}, \theta_r)$, $r = \overline{1, m+1}$, $\tilde{x}(T) = \tilde{\lambda}_{m+1} + \lim_{t \rightarrow T-0} \tilde{u}_{m+1}(t)$, является решением задачи (1)-(3).

Доказательство. а) Пусть $x^*(t)$ – решение задачи (1)-(3). Тогда пара $((\lambda_1^*, \lambda_2^*, \dots, \lambda_{m+1}^*), (u_1^*(t), u_2^*(t), \dots, u_{m+1}^*(t)))$ с элементами $\lambda_r^* = x^*(\theta_{r-1})$, $u_r^*(t) = x^*(t) - x^*(\theta_{r-1})$, $t \in [\theta_{r-1}, \theta_r)$, $r = \overline{1, m+1}$, будет решением эквивалентной краевой задачи с параметрами (4)-(7). Записав решение задачи Коши (4), (5) через фундаментальную матрицу, получим соотношение (8) для $u_r^*(t)$, $r = \overline{1, m+1}$, при значения $\lambda_r = \lambda_r^*$, $r = \overline{1, m+1}$. Затем, подставляя ее в условия (6),

(7) приходим к уравнению (11). Отсюда, убеждаемся, что $\lambda^* = (\lambda_1^*, \lambda_2^*, \dots, \lambda_{m+1}^*) \in R^{n(m+1)}$ удовлетворяет системе уравнений (11).

б) Пусть $\tilde{\lambda} = (\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2, \dots, \tilde{\lambda}_{m+1}) \in R^{n(m+1)}$ – решение системы (11). Задача Коши (4), (5) имеет единственное решение при любых $\lambda \in R^{n(m+1)}$ и $f(t) \in C([0, T], R^n)$. Ее решение при $\lambda = \tilde{\lambda} = (\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2, \dots, \tilde{\lambda}_{m+1})$ обозначим через $\tilde{u}[t] = (\tilde{u}_1(t), \tilde{u}_2(t), \dots, \tilde{u}_{m+1}(t))$. Покажем, что пара $(\tilde{\lambda}, \tilde{u}[t])$ является решением задачи (4)-(7). В силу выбора $\tilde{u}[t]$ по $\tilde{\lambda}$ выполняются (4), (5). Если $\tilde{\lambda} \in R^{n(m+1)}$ удовлетворяют (11), то справедливо соотношение

$$B_0 \tilde{\lambda}_1 + D_0 \tilde{\lambda}_2 + C_0 \tilde{\lambda}_{m+1} + C_0 \left\{ X(T) \int_{\theta_m}^T X^{-1}(\tau) \left(A_0(\tau) \tilde{\lambda}_{m+1} + \sum_{j=1}^m A_j(\tau) \tilde{\lambda}_{j+1} + f(\tau) \right) d\tau \right\} + \\ + \sum_{j=1}^{m+1} \int_{\theta_{j-1}}^{\theta_j} M(t) \left[X(t) \int_{\theta_{j-1}}^t X^{-1}(\tau) \left(A_0(\tau) \tilde{\lambda}_j + \sum_{j=1}^m A_j(\tau) \tilde{\lambda}_{j+1} + f(\tau) \right) d\tau \right] dt + \sum_{j=1}^{m+1} \int_{\theta_{j-1}}^{\theta_j} M(t) \tilde{\lambda}_j dt = d.$$

Теперь, учитывая представление (8), справедливое для пары $(\tilde{\lambda}, \tilde{u}[t])$ убеждаемся, что

$$X(T) \int_{\theta_m}^T X^{-1}(\tau) \left(A_0(\tau) \tilde{\lambda}_{m+1} + \sum_{j=1}^m A_j(\tau) \tilde{\lambda}_{j+1} + f(\tau) \right) d\tau = \lim_{t \rightarrow T-0} \tilde{u}_{m+1}(t), \\ X(t) \int_{\theta_{j-1}}^t X^{-1}(\tau) \left(A_0(\tau) \tilde{\lambda}_j + \sum_{j=1}^m A_j(\tau) \tilde{\lambda}_{j+1} + f(\tau) \right) d\tau = \tilde{u}_j(t)$$

и выполняется краевое условие (6). Для $\tilde{\lambda} \in R^{n(m+1)}$ справедливы также следующие равенства:

$$B_i X(\theta_i) \int_{\theta_{i-1}}^{\theta_i} X^{-1}(\tau) \left[A_0(\tau) \lambda_i + \sum_{j=1}^m A_j(\tau) \lambda_{j+1} + f(\tau) \right] d\tau + B_i \lambda_i - C_i \lambda_{i+1} = \varphi_i, \quad i = \overline{1, m},$$

отсюда на основе (8) следует выполнение условий (7). В силу эквивалентности задач (1)-(3) и (4)-(7) функция $\tilde{x}(t)$, построенная с помощью пары $(\tilde{\lambda}, \tilde{u}[t])$, будет решением задачи (1)-(3). Лемма 1 доказана.

Теорема 1. Для однозначной разрешимости задачи (1)-(3) необходимо и достаточно, чтобы матрица $Q(\theta): R^{n(m+1)} \rightarrow R^{n(m+1)}$ была обратимой.

Доказательство. *Необходимость.* Построим $(n(m+1) \times n(m+1))$ – матрицу $Q(\theta)$. Предположим обратное, пусть матрица $Q(\theta)$ не имеет обратную. Тогда однородная система уравнений

$$Q(\theta)\lambda = 0 \tag{12}$$

имеет ненулевое решение $\tilde{\lambda} = (\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2, \dots, \tilde{\lambda}_{m+1}) \in R^{n(m+1)}$.

Как видно из (9), (10), для однородной краевой задачи

$$\frac{dx}{dt} = A_0(t)x + \sum_{j=1}^m A_j(t) \lim_{t \rightarrow \theta_j+0} x(t), \tag{13}$$

$$B_0 x(0) + D_0 x(\theta_1) + C_0 x(T) + \int_0^T M(t)x(t)dt = 0, \tag{14}$$

$$B_i \lim_{t \rightarrow \theta_i-0} x(t) - C_i \lim_{t \rightarrow \theta_i+0} x(t) = 0, \quad i = \overline{1, m}, \tag{15}$$

правая часть (11) – вектор $F(\theta) = 0$ и система (11) имеет вид (12). Поэтому, согласно лемме 1, функция $\tilde{x}(t)$, определяемая равенствами

$$\tilde{x}(t) = \tilde{\lambda}_r + \tilde{u}_r(t), \quad t \in [\theta_{r-1}, \theta_r], \quad r = \overline{1, m+1}, \quad \tilde{x}(T) = \tilde{\lambda}_{m+1} + \lim_{t \rightarrow T-0} \tilde{u}_{m+1}(t),$$

где система функций $\tilde{u}[t] = (\tilde{u}_1(t), \tilde{u}_2(t), \dots, \tilde{u}_{m+1}(t))$ – решение задачи Коши (4), (5) при $\lambda_r = \tilde{\lambda}_r$, $r = \overline{1, m+1}$, $f(t) = 0$, будет ненулевым решением краевой задачи (13)-(15). Это противоречит однозначной разрешимости задачи (1)-(3), так как задача (13)-(15) кроме построенного ненулевого решения $\tilde{x}(t)$ имеет также и решение $x(t) = 0$.

Достаточность. Используя обратимость $(n(m+1) \times n(m+1))$ -матрицы $Q(\theta)$, найдем ее единственное решение $\lambda^* = -[Q(\theta)]^{-1} F(\theta)$, $\lambda^* = (\lambda_1^*, \lambda_2^*, \dots, \lambda_{m+1}^*) \in R^{n(m+1)}$.

Решая задачу Коши (4), (5) при $\lambda_r = \lambda_r^*$, $r = \overline{1, m+1}$, получаем систему функций $\tilde{u}[t] = (\tilde{u}_1(t), \tilde{u}_2(t), \dots, \tilde{u}_{m+1}(t))$. Согласно лемме 1 функция $x^*(t)$, определяемая равенствами $x^*(t) = \lambda_r^* + u_r^*(t)$, $t \in [\theta_{r-1}, \theta_r]$, $r = \overline{1, m+1}$, $x^*(T) = \lambda_{m+1}^* + \lim_{t \rightarrow T-0} u_{m+1}^*(t)$, будет решением задачи (1)-(3).

Установим единственность решения. Пусть задача (1)-(3) кроме $x^*(t)$ имеет некоторое другое решение $\tilde{x}(t)$. Тогда пара $(\tilde{\lambda}, \tilde{u}[t])$, составленная по функции $\tilde{x}(t)$, также является решением краевой задачи с параметром (4)-(7). По лемме 1 как λ^* , так и $\tilde{\lambda}$ удовлетворяют системе уравнений (11):

$$Q(\theta)\lambda^* = F(\theta), \quad Q(\theta)\tilde{\lambda} = F(\theta).$$

Отсюда вследствие обратимости матрицы $Q(\theta)$ следует равенство $\lambda^* = \tilde{\lambda}$. Единственность решения задачи Коши (4), (5) обеспечивает выполнение равенств $u_r^*(t) = \tilde{u}_r(t)$, $t \in [\theta_{r-1}, \theta_r]$, $r = \overline{1, m+1}$, $\lim_{t \rightarrow T-0} u_{m+1}^*(t) = \lim_{t \rightarrow T-0} \tilde{u}_{m+1}(t)$. Поэтому $x^*(t) = \tilde{x}(t)$ для всех $t \in [0, T]$. Теорема 1 доказана.

Теорема 2. Задача (1)-(3) разрешима тогда и только тогда, когда вектор $F(\theta) \in R^{n(m+1)}$, составленный из заданной функции $f(t) \in C([0, T], R^n)$ и векторов $d \in R^n$, $\varphi_i \in R^n$, $i = \overline{1, m}$, ортогонален к ядру транспонированной матрицы $(Q(\theta))'$, т.е. для $\forall \xi \in \text{Ker}(Q(\theta))'$ справедливо равенство $(F(\theta), \xi) = 0$, где $(\cdot, \cdot)$ – скалярное произведение в $R^{n(m+1)}$.

Доказательство. **Достаточность.** Предположим, что задача (1)-(3) имеет решение. Тогда по лемме 1 система линейных уравнений (11) имеет решение. Это возможно, если только вектор $F(\theta)$, составленный по $f(t)$, d , φ_i , $i = \overline{1, m}$, ортогонален к ядру транспонированной матрицы $(Q(\theta))'$.

Необходимость. Пусть $F(\theta) \perp \text{Ker}(Q(\theta))'$. Тогда система линейных уравнений относительно параметров (11) разрешима и ее решение имеет вид $\hat{\lambda} = [Q(\theta)]^{-1} F(\theta)$. А задача Коши (4), (5) при $\lambda_r = \hat{\lambda}_r$, $r = \overline{1, m+1}$ имеет единственное решение $u_r(t) = \hat{u}_r(t)$, $r = \overline{1, m+1}$. Тогда по лемме 1 следует, что задача (1)-(3) имеет решение. Теорема 2 доказана.

Таким образом, при выполнении условий теоремы 2 задача (1)-(3) однозначно разрешима. Далее предлагается алгоритм нахождения единственного решения задачи (1)-(3).

Алгоритм нахождения решения задачи (1) – (3).

Как видно из уравнений (9), (10), коэффициенты и правая часть системы (11) находятся как решение матричных и векторных задач Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{dz}{dt} = A_0(t)z + A_i(t), \quad t \in [\theta_{r-1}, \theta_r], \quad i = \overline{0, m}, \quad z(\theta_{r-1}) = 0, \quad r = \overline{1, m+1}, \quad (16)$$

$$\frac{dz}{dt} = A_0(t)z + f(t), \quad t \in [\theta_{r-1}, \theta_r), \quad z(\theta_{r-1}) = 0, \quad r = \overline{1, m+1}. \quad (17)$$

Решение системы (11) вектор $\lambda^* = [Q(\theta)]^{-1} F(\theta)$, где $\lambda^* \in R^{n(m+1)}$ состоит из значений решений исходной задачи (1)-(3) в начальных точках подинтервалов, т.е. $\lambda_r^* = x^*(\theta_{r-1})$, $r = \overline{1, m+1}$. Если известно $\lambda^* = (\lambda_1^*, \lambda_2^*, \dots, \lambda_{m+1}^*)$ - решение системы (11), тогда решение задачи Коши

$$\frac{dx^*}{dt} = A_0(t)x^* + \sum_{j=1}^m A_j(t)\lambda_{j+1}^* + f(t), \quad t \in [\theta_{r-1}, \theta_r),$$

$$x^*(\theta_{r-1}) = \lambda_r^*, \quad r = \overline{1, m+1},$$

записывается в следующей аналитической форме

$$x^*(t) = X(t)X^{-1}(\theta_{r-1})\lambda_r^* + X(t) \int_{\theta_{r-1}}^t X^{-1}(\tau) \left[\sum_{j=1}^m A_j(\tau)\lambda_{j+1}^* + f(\tau) \right] d\tau,$$

$$t \in [\theta_{r-1}, \theta_r), \quad r = \overline{1, m+1}, \quad (18)$$

значение функции $x^*(t)$ на правом конце $t = T$ имеет вид

$$x^*(T) = X(T)X^{-1}(\theta_m)\lambda_{m+1}^* + X(T) \int_{\theta_m}^T X^{-1}(\tau) \left[\sum_{j=1}^m A_j(\tau)\lambda_{j+1}^* + f(\tau) \right] d\tau. \quad (19)$$

Таким образом, в этом случае получаем решение линейной двухточечной краевой задачи с интегральным условием для систем нагруженных дифференциальных уравнений с импульсным воздействием (1)-(3) в аналитической форме (18), (19).

Если матрица дифференциальной части уравнения (1) является переменной и построить фундаментальную матрицу не удастся, то в этом случае используем численную реализацию алгоритма метода параметризации. Пусть имеем разбиение $0 = \theta_0 < \theta_1 < \dots < \theta_m < \theta_{m+1} = T$. Каждый подинтервал $[\theta_{i-1}, \theta_i)$, $i = \overline{1, m+1}$, делим на N_i частей, приближенные значения коэффициентов и правой части системы (11) найдем решая матричные и векторные задачи Коши (18), (19) методом Рунге-Кутты 4-го порядка с шагом $h_i = (\theta_i - \theta_{i-1})/N_i$, $i = \overline{1, m+1}$, на каждом i -ом интервале.

Тогда получим следующую приближенную систему алгебраических уравнений относительно параметров λ :

$$Q_*^{\tilde{h}}(\theta)\lambda = F_*^{\tilde{h}}(\theta), \quad \lambda \in R^{n(m+1)}, \quad \tilde{h} = (h_1, h_2, \dots, h_{m+1}). \quad (20)$$

Решая систему (18) найдем $\lambda^{\tilde{h}} \in R^{n(m+1)}$. Как было отмечено выше компоненты $\lambda^{\tilde{h}} = (\lambda_1^{\tilde{h}}, \lambda_2^{\tilde{h}}, \dots, \lambda_{m+1}^{\tilde{h}})$ являются значениями приближенного решения задачи (1) – (3) в начальных точках подинтервалов: $x^{\tilde{h}_r}(\theta_0) = \lambda_1^{\tilde{h}}$, $x^{\tilde{h}_r}(\theta_1) = \lambda_2^{\tilde{h}}, \dots$, $x^{\tilde{h}_r}(\theta_m) = \lambda_{m+1}^{\tilde{h}}$. Из формулы (18), (19) следует, что приближенные значения решения в остальных точках подинтервалов определяются решениями задач Коши

$$\frac{dx}{dt} = A_0(t)x + \sum_{j=1}^m A_j(t)\lambda_{j+1}^{\tilde{h}} + f(t), \quad t \in [\theta_{r-1}, \theta_r), \quad (21)$$

$$x(\theta_{r-1}) = \lambda_r^{\tilde{h}}, \quad r = \overline{1, m+1}. \quad (22)$$

Используя метод Рунге-Кутты 4-го порядка, при решении задач Коши (21), (22) находим численное решение задачи (1)-(3).

Пример. На $[0, T]$ рассмотрим линейную двухточечную краевую задачу с интегральным условием для систем нагруженных дифференциальных уравнений при импульсном воздействии

$$\frac{dx}{dt} = A_0(t)x + A_1(t) \lim_{t \rightarrow \theta_1+0} x(t) + f(t), \quad t \in (0, T) \setminus \{\theta_1\}, \quad (23)$$

$$B_0 x(0) + D_0 x(\theta_1) + C_0 x(T) + \int_0^T M(t)x(t)dt = d, \quad d \in R^2, \quad x \in R^2, \quad (24)$$

$$B_1 \lim_{t \rightarrow \theta_1-0} x(t) - C_1 \lim_{t \rightarrow \theta_1+0} x(t) = \varphi_1, \quad \varphi_1 \in R^2, \quad (25)$$

где $T=1$, $\theta=1/2$, $A_0 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $A_1(t) = \begin{pmatrix} 0 & t \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $M(t) = \begin{pmatrix} t & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $D_0 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C_0 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $d = \begin{pmatrix} 7/24 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\varphi_1 = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $f(t) = \begin{pmatrix} -3t/2 \\ 1/2-t \end{pmatrix}$, при $t \in [0, 1/2)$, $f(t) = \begin{pmatrix} -t/2 \\ -5/2 \end{pmatrix}$, при $t \in [1/2, 1]$.

В рассматриваемой задаче фундаментальной матрицей дифференциальной части уравнения (23) является $X(t) = \begin{pmatrix} 1 & e^{2t} \\ -1 & e^{2t} \end{pmatrix}$.

Дополнительные параметры λ_r , $r=1,2$, введем как значения решения в начальных точках подинтервалов: $\lambda_1 \triangleq x(0)$, $\lambda_2 \triangleq x(1/2)$, и произведем замену через $u_1(s) = x(s) - \lambda_1$, $s \in [0, 1/2)$, $u_2(s) = x(s) - \lambda_2$, $s \in [0, 1/2)$. Тогда получим

$$u_1(t) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}(1-e^{2t}) & -\frac{1}{2}(1-e^{2t}) \\ -\frac{1}{2}(1-e^{2t}) & -\frac{1}{2}(1-e^{2t}) \end{pmatrix} \lambda_1 + \begin{pmatrix} -\frac{1}{4}(2t+1-e^{2t}) & \frac{1}{8}(2t^2-2t-1+e^{2t}) \\ \frac{1}{4}(2t-1+e^{2t}) & -\frac{1}{8}(2t^2+2t+1-e^{2t}) \end{pmatrix} \lambda_2 + \begin{pmatrix} -\frac{1}{16}(2t^2-6t-3+3e^{2t}) \\ \frac{1}{16}(2t^2+14t+3-3e^{2t}) \end{pmatrix},$$

$$t \in \left[0, \frac{1}{2}\right),$$

$$u_2(t) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4}(2-3e^{2t-1}+2t) & \frac{1}{16}(-11+12e^{2t-1}+4t^2-4t) \\ \frac{1}{4}(-4+3e^{2t-1}+2t) & -\frac{1}{16}(9-12e^{2t-1}+4t^2+4t) \end{pmatrix} \lambda_2 + \begin{pmatrix} -\frac{1}{32}(4t^2-44t-3+24e^{2t-1}) \\ \frac{1}{32}(4t^2-36t+41-24e^{2t-1}) \end{pmatrix},$$

$$t \in \left[\frac{1}{2}, 1\right],$$

Краевое условие и условия импульсного воздействия решения при $t = 1/2$ приводит к следующей системе линейных алгебраических уравнений относительно параметров

$$\begin{pmatrix} \frac{19}{16} & \frac{1}{16} & \frac{197}{96} - \frac{9}{16}e & \frac{163}{384} - \frac{9}{16}e \\ -1 + \frac{1}{2}e & 1 + \frac{1}{2}e & -\frac{5}{4} + \frac{1}{4}e & \frac{1}{12} + \frac{1}{8}e \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e & -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}e & -\frac{3}{2} + \frac{1}{4}e & -\frac{3}{16} + \frac{1}{8}e \\ -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}e & \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e & \frac{1}{4}e & -\frac{21}{16} + \frac{1}{8}e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{11} \\ \lambda_{12} \\ \lambda_{21} \\ \lambda_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{317}{256} - \frac{9}{16}e \\ -\frac{7}{12} + \frac{3}{16}e \\ -\frac{27}{32} + \frac{3}{16}e \\ -\frac{21}{32} + \frac{3}{16}e \end{pmatrix}.$$

Отсюда найдем значения параметров, которые обозначим через $\lambda_{i,j}^*$, $i, j=1,2$,

$$\lambda_{11}^* = 0, \lambda_{12}^* = 0, \lambda_{21}^* = \frac{1}{2}, \lambda_{22}^* = \frac{1}{2}.$$

Тогда единственное решение $x^*(t)$ задачи (23)-(25) определяется с помощью форму (16), (17) в следующем виде:

$$x^*(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & e^{2t} \\ -1 & e^{2t} \end{pmatrix} \int_0^t \begin{pmatrix} -1/2 \\ (1/2 - \tau)e^{-2\tau} \end{pmatrix} d\tau = \begin{pmatrix} 0 \\ t \end{pmatrix}, \quad t \in \left[0, \frac{1}{2}\right],$$

$$x^*(t) = \begin{pmatrix} e^{2t-1}/2 \\ e^{2t-1}/2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & e^{2t} \\ -1 & e^{2t} \end{pmatrix} \int_{\frac{1}{2}}^t \begin{pmatrix} 1 \\ -e^{-2\tau} \end{pmatrix} d\tau = \begin{pmatrix} t \\ 1-t \end{pmatrix}, \quad t \in \left[\frac{1}{2}, 1\right],$$

В этом примере нам удалось построить фундаментальную матрицу дифференциальной части рассматриваемого обыкновенного дифференциального уравнения. Алгоритм метода параметризации позволил построить решение задачи (23)-(25) в явном виде.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Нахушев А.М. Краевые задачи для нагруженных интегро-дифференциальных уравнений гиперболического типа и некоторые их приложения к прогнозу почвенной влаги // Дифференц. Уравнения. -1979. - Т. 15, № 1. - С. 96-105.
- [2] Нахушев А.М. Об одном приближенном методе решения краевых задач для дифференциальных уравнений и его приложения к динамике почвенной влаги грунтовых вод // Дифференц. Уравнения, 1982. - Т. 18, № 1. - С. 72-81.
- [3] Нахушев А.М. Уравнения математической биологии. -М.: Высшая
- [4] школа, 1995. -205 с.
- [5] Нахушев А.М. Нагруженные уравнения и их применение. - М.: Наука, 2012. -232 с.
- [6] Абдуллаев В.М., Айда-заде К.Р. О численном решении нагруженных дифференциальных уравнений // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. - 2004. - Т. 44, № 9. - С. 1585-1595.
- [7] Бакирова Э.А. О признаке однозначной разрешимости двухточечной краевой задачи для системы нагруженных дифференциальных уравнений // Известия НАН РК. Сер. физ.-матем. - 2005. - №1. -С. 95-102.
- [8] Бакирова Э.А. О необходимых и достаточных условиях однозначной разрешимости двухточечной краевой задачи для нагруженных дифференциальных уравнений // Математический журнал. - 2005. -Т. 5, № 3. - С. 25-34.
- [9] Кадирбаева Ж.М. Об однозначной и корректной разрешимости линейной двухточечной краевой задачи для нагруженных дифференциальных уравнений // Матем. журнал МОН РК. - 2009. - Т. 9, № 4. - С. 63-71.
- [10] Akzhigitov E.A., Kadirbayeva Zh.M. On a solvability of two-point boundary value problem for loaded differential equations // Science review. S.Seifullin Kazakh Agro Technical University. - 2012. - № 2(10). -С. 35-40.
- [11] Джениалиев М.Т., Рамазанов М.И. Нагруженные уравнения как возмущения дифференциальных уравнений. - Алматы: Ғылым, 2010. -334 с.
- [12] Пулькина Л.С. Нелокальная задача с интегральными условиями для квазилинейного гиперболического уравнения // Математические заметки. - 2001. - Т. 70, №1. -С. 88-95.
- [13] Пулькина Л.С. Смешанная задача с интегральным условием для гиперболического уравнения // Математические заметки. -2003. - Т. 74. - № 3. - С. 435 - 445.
- [14] Пулькина Л.С. Нелокальная задача с интегральными условиями для гиперболического уравнения // Дифференциальные уравнения. -2004. - Т. 40, № 7. - С. 887 -892.
- [15] Абдуллаев В.М., Айда-заде К.Р. О численном решении задач оптимального управления с неразделенными многоточечными и интегральными условиями // Ж. вычисл. матем. и математической физики. - 2012. - Т.52, №12. - С. 2163-2177.
- [16] Абдуллаев В.М., Айда-заде К.Р. Численный метод решения нагруженных нелокальных граничных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений // Журнал вычисл. матем. и матем. физики. - 2014. - Т.54, №7. -С. 1096-1109.
- [17] Aida-zade K.R., Abdullaev V.M. On Numerical Solution to Loaded Systems of Ordinary Differential Equations with Non-separated Multipoint and Integral Conditions // Numerical Analysis and Applications. - 2014. - Vol. 17, № 1. - P. 1-16.
- [18] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. Well-posedness of nonlocal boundary value problems with integral condition for the system of hyperbolic equations // Journal of Math. analysis and applications. - 2013. - Vol. 402. - P. 167-178.
- [19] Самойленко А.М., Перестюк Н.А. Периодические и почти периодические решения дифференциальных уравнений с импульсным воздействием // Украинский мат. журнал. -1980. -Т. 34, № 1. - С. 66-73.

- [20] Samoilenko A.M., Perestyuk N.A. Impulsive Differential Equations. – Singapore: World Scientific, 1995. –462 p.
- [21] Тлеулесова А.Б. Об однозначной разрешимости двухточечной краевой задачи с импульсным воздействием // Математический журнал. - 2004. - Т.4, №4. - С. 93-102.
- [22] Джумабаев Д.С. Признаки однозначной разрешимости линейной краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения // Журнал вычисл. матем. и матем. физики. - 1989. - Т.29, №1. -С. 50-66.
- [23] Джумабаев Д.С., Иманчиев А.Е. Корректная разрешимость линейной многоточечной краевой задачи // Математический журнал. - 2005. - Т.5, №1. - С. 30-38.
- [24] Джумабаев Д.С. Необходимые и достаточные условия разрешимости линейных краевых задач для интегродифференциальных уравнений Фредгольма // Украинский математический журнал. -2014. -Т.66, №8. - С. 1074-1091.

REFERENCES

- [1] Nakhushev A.M. Boundary value problems for loaded integro-differential equations of hyperbolic type and some of their applications to the forecast of soil moisture. *Differential equations*, **1979**, 15, 1, 96-105 (in Russ.).
- [2] Nakhushev A.M. On an approximate method of solving boundary value problems for differential equations and its applications to the dynamics of soil moisture groundwater. *Differential equations*, **1982**, 18, 1, 72-81 (in Russ.).
- [3] Nakhushev A.M. Equations of mathematical biology. M.: Visshaya Shkola, 1995. 205 p. (in Russ.).
- [4] Nakhushev A.M. Loaded equations and their applications. M.: Science, 2012. 232 p. (in Russ.).
- [5] Abdullaev V.M., Aida-zade K.R. On a numerical solution of loaded differential equations. *Journal of Computational Mathematics and mathematical physics*, **2004**, 44, 9, 1585-1595 (in Russ.).
- [6] Bakirova E.A. On a criterion of the unique solvability of a two-point boundary value problem for loaded differential equations. *Izvestia NAS RK. Seria phys.-math.*, **2005**, 1, 95-102 (in Russ.).
- [7] Bakirova E.A. On necessary and sufficient conditions of the unique solvability of a two-point boundary value problem for loaded differential equations. *Mathematical Journal*, **2005**, 5, 3, 25-34 (in Russ.).
- [8] Kadirbayeva Zh.M. On the unique and correct solvability of a linear two-point boundary value problem for loaded differential equations. *Mathematical Journal*, **2009**, 9, 4, 63-71 (in Russ.).
- [9] Akzhigitov E.A., Kadirbayeva Zh.M. On a solvability of two-point boundary value problem for loaded differential equations. *Science review. S.Seifullin Kazakh Agro Technical University*, **2012**, 2(10), 35-40 (in Eng.).
- [10] Dzenaliev M.T., Ramazanov M.I. Loaded equation as a perturbation of differential equations. Almaty: Science, 2010. 334 p. (in Russ.).
- [11] Pulkina L.C. A nonlocal problem with integral conditions for the quasilinear parabolic equation. *Mathematical Notes*, **2001**, 70, 1, 88-95 (in Russ.).
- [12] Pulkina L.C. Mixed problem with integral condition for the hyperbolic equation. *Mathematical Notes*, **2003**, 74, 3, 435-445 (in Russ.).
- [13] Pulkina L.C. A nonlocal problem with integral conditions for the hyperbolic equation. *Differential equations*, **2004**, 40, 7, 887-892 (in Russ.).
- [14] Abdullaev V.M., Aida-zade K.R. Numerical solution of optimal control problems with unseparated multipoint and integral conditions. *Journal of Computational Mathematics and mathematical physics*, **2012**, 52, 12, 2163-2177 (in Russ.).
- [15] Abdullaev V.M., Aida-zade K.R. Numerical method of solution to loaded nonlocal boundary value problems for ordinary differential equations. *Journal of Computational Mathematics and mathematical physics*, **2014**, 54, 7, 1096-1109 (in Russ.).
- [16] Aida-zade K.R., Abdullaev V.M. On Numerical Solution to Loaded Systems of Ordinary Differential Equations with Non-separated Multipoint and Integral Conditions. *Numerical Analysis and Applications*, **2014**, 17,1, 1-16 (in Eng.).
- [17] Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. Well-posedness of nonlocal boundary value problems with integral condition for the system of hyperbolic equations. *Journal of Math. analysis and applications*, **2013**, 402, 167-178 (in Eng.).
- [18] Samoilenko A.M., Perestyuk N.A. Periodic and almost periodic solutions of differential equations with impulse effect. *Ukrainian Mathematical Journal*, **1980**, 34, 1, 66-73 (in Russ.).
- [19] Samoilenko A.M., Perestyuk N.A. Impulsive Differential Equations. Singapore: World Scientific, 1995. 462 p. (in Eng.).
- [20] Tleulesova A.B. On an unique solvability of a two-point boundary value problem of impulse effect. *Mathematical Journal*, **2004**, 4, 4, 93-102 (in Russ.).
- [21] Dzhumabaev D.S. Criteria of the unique solvability of a linear boundary value problem for ordinary differential equation. *Journal of Computational Mathematics and mathematical physics*, **1989**, 29, 1, 50-66 (in Russ.).
- [22] Dzhumabaev D.S., Imanchiev A.E. Correct solvability of linear multipoint boundary value problem. *Mathematical Journal*, **2005**, 5, 1, 30-38 (in Russ.).
- [23] Dzhumabaev D.S. Necessary and sufficient conditions for the solvability of linear boundary value problems for the Fredholm integral-differential equations. *Ukrainian Mathematical Journal*, **2014**, 66, 8, 1074-1091 (in Russ.).

**ИМПУЛЬСТІК ӘСЕР БОЛҒАНДА ЖҮКТЕЛГЕН
ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕНДЕУЛЕР ҮШІН
КӨПНҮКТЕЛІ ИНТЕГРАЛДЫҚ ШАРТЫ БАР СЫЗЫҚТЫ
ШЕТТІК ЕСЕПТІҢ ШЕШІЛІМДІЛІГІ ТУРАЛЫ**

Ж. М. Қадырбаева, С. С. Кабдрахова

Математика және математикалық моделдеу институты, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: тендеу, импульс, жүктеу, шешілімділік, алгоритм.

Аннотация. Импульстік әсер болғанда жүктелген дифференциалдық тендеулер үшін көпнүктелі интегралдық шарты бар сызықты шеттік есеп қарастырылады. Қарастырылып отырған есепті шешу үшін параметрлеу әдісі қолданылады. Импульстік әсер болғанда жүктелген дифференциалдық тендеулер үшін көпнүктелі интегралдық шарты бар сызықты шеттік есеп жүктелу нүктелерінде қосымша параметрлер енгізу арқылы параметрлі эквивалентті шеттік есепке келтіріледі. Параметрлі эквивалентті шеттік есеп параметрлі жәй дифференциалдық тендеулер жүйесі үшін Коши шеттік есебінен, көпнүктелі интегралдық шартынан және импульстік түрткі шартынан тұрады. Параметрлі жәй дифференциалдық тендеулер жүйесі үшін Коши шеттік есебінің шешімі дифференциалдық тендеудің фундаменталдық матрицасының көмегімен тұрғызылады. Тұрғызылған шешімнің сәйкес нүктелерінде мәндерді көпнүктелі интегралдық шартқа және импульстік әсер шартына қоя отырып, параметрлерге қарасты сызықтық алгебралық тендеулер жүйесі құрылады. Параметрлерге қарасты сызықтық алгебралық тендеулер жүйесінің шешімінің және импульстік әсер болғанда жүктелген дифференциалдық тендеулер үшін көпнүктелі интегралдық шарты бар сызықты шеттік есептің шешімінің өзара байланысы туралы лемма дәлелденеді. Импульстік әсер болғанда жүктелген дифференциалдық тендеулер үшін көпнүктелі интегралдық шарты бар сызықты шеттік есептің бірімәнді шешілімділігінің нышаны параметрлерге қарасты сызықтық алгебралық тендеулер жүйесінің матрицасының терминінде тағайындалды. Импульстік әсер болғанда жүктелген дифференциалдық тендеулер үшін көпнүктелі интегралдық шарты бар сызықты шеттік есептің шешілімділігінің қажетті және жеткілікті шарттары, параметрлерге қарасты сызықтық алгебралық тендеулер жүйесінің оң жағының коэффициентірінің транспонирленген матрицасының өзегіне ортогоналдығы арқылы дәлелденді. Импульстік әсер болғанда жүктелген дифференциалдық тендеулер үшін көпнүктелі интегралдық шарты бар сызықты шеттік есептің, параметрлеу әдісіне негізделген, шешімдерін табу алгоритмі ұсынылды. Алгоритм импульстік әсер болғанда жүктелген екі өлшемді дифференциалдық тендеулер үшін көпнүктелі интегралдық шарты бар сызықты шеттік есептің шешімін табу мысалымен сипатталады.

Поступила 13.01.2016 г.

МАЗМҰНЫ

Теориялық және тәжірибелік зерттеулер

Кулпешов Б.Ш. Босаң о-минималды құрылымдарда секаторлар қасиеттері.....	5
Асанова А.Т., Сабалахова А.П., Байгулова Н.З. Гибридті жүйелердің бір класы үшін интегралдық шарты бар бейлокал шеттік есептің бірімді шешілімділігі туралы.....	14
Ахметов Б.С., Корченко А.А., Жұманғалиева Н.К. Қоршаған ортаның аномалиялық жағдайын бақылауға арналған базалық шаманың модельдері.....	26
Бақтыбаев Қ., Дәлелханқызы А., Оспанов Н.К. Әсерлесуші бозондар моделін рутений ядросының сфералық изотоптарына қолдану.....	34
Бекетаева А.О. Көлденең ағыншаның қысымның өзгерісіне байланысты жылдамдығы дыбыс жылдамдығынан жоғары ағынмен өзара әрекеттесуін зерттеу.....	46
Бияшев Р.Г., Қалимолдаев М.Н., Рог О.А. Атрибутты қолжетімділікті шектеу моделдерінің шектеулерін ұсыну.....	58
Буртебаев Н., Дүйсебаев Б.А., Керимқұлов Ж.К., Мухамеджанов Е.С., Алимов Д.К., Джансейтов Д.М., Садуев Н.О., Глуценко Н.В., Сакута С.Б., Петерсон Р.Ж., Галанина Л.И. Төмен энергияларда ^9Be , ^{13}C ядроларынан α -бөлшектер мен ^3He иондарының және ^{11}B ядросынан дейтрондардың серпімді және серпімсіз шашырауын талдау.....	66
Ділдәбек Г., Тенгаева А.А. Парабола-гиперболалық аралас типтегі теңдеу үшін бейлокал шеттік есептің спектрі туралы.....	75
Ділман Т.Б., Абеева А.А., Серікбол М.С. Вертикаль қозғалысқа инвариантты қисықтар үшін кеңістіктегі интегралдық геометрия есебі шешімінің жалғыздығы.....	82
Дубовиченко С.Б., Буртебаев Н.Т., Джазайров-Кахраманов А.В., Ткаченко А.С., Керимқұлов Ж.К., Алимов Д.К., Насурлла М. Астрофизикалық энергияларда ^{16}O ядроларына протондардың радиациялық қарпылуы.....	91
Ескашев М.Е., Чанбаева М.К., Абылбекова К., Есимбекова Ж.И. Қуысы бар транстропты массивтегі серпімді-пластикалық есептің математикалық моделі.....	98
Исаева Г.Б., Кылышбаева Н. Білім берудегі жаңа ақпараттық технологиялар.....	106
Қабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Омашова Г.Ш., Аширбаев Х.А., Бердалиева М.Ж. Мәжбүр электромагниттік тербелістерді зерттеуге арналған компьютерлік зертханалық жұмысты орындауды ұйымдастырудың бланкі үлгісі.....	111
Калменов Т.Ш., Сұраған Д. Потенциалдың интегралдық шекаралық шартты лаплас теңдеуі үшін спектралдық зета функциялар жайында.....	128
Қабылбеков К.А., Омашова Г.Ш., Саидахметов П.А., Бердалиева М.Ж., Джумағалиева А.И. Параллель орналасқан екі ұзын токтары бар өткізгіштердің өзара әсерлесуін зерттеуге арналған компьютерлік зертханалық жұмысты орындауды ұйымдастырудың бланкі үлгісі.....	135
Саймбетов А.К., Джанашиев Н.М., Сисенов Н.К., Қуттыбай Н.Б., Мухаметкали Б., Тулкибайұлы Е., Нұрғалиев М.К. Кремнийлі р-і-п детекторлық құрылымдардың қалыптасуының физикалық ерекшеліктері.....	141
Хамзина Б.С. Айнымалы диффузияны есепке алумен дисперстік жүйелердің кольматациялық-суффозиялық сүзгілеуі.....	144
Сұраған Д. Гейзенберг группасындағы локалды емес шекаралық есеп.....	150
Мусаханова М.А., Миндетбаева А.А. Кәсіптік іс-тәжірибе үдерісін автоматтандыруға арналған ақпараттық жүйе құру әдістері.....	156
Миндетбаева А.А., Мусаханова М.А. Болашақ информатика мұғалімдерін кәсіби даярлауда педагогикалық дизайн негіздерін қолдану әдістері.....	161
Дайырбеков С.С., Шыныбаев М.Д., Нарымбетова А., Өтегенов О., Танабаева Д. Пуанкаренің бірінші канондық элементтер жүйесін Хиллдың екінші есебінде қолдану.....	166
Қадырбаева Ж.М., Кабдрахова С.С. Импульстік әсер болғанда жүктелген дифференциалдық теңдеулер үшін көпнүктелі интегралдық шарты бар сызықты шеттік есептің шешілімділігі туралы.....	178
Дайырбеков С.С., Шыныбаев М.Д., Нарымбетова А., Өтегенов О., Танабаева Д. Пуанкаренің екінші канондық элементтер жүйесін Хиллдың екінші есебінде қолдану.....	190
Шыныбаев М.Д., Алимқұлова Б.Т., Абдрахманов Қ., Нарымбетова А., Өтегенов О., Танабаева Д. Центрілік емес Хиллдың күш өрісіндегі ЖЖС-нің орталық орбитасын соғу.....	200
Шыныбаев М.Д., Алимқұлова Б.Т., Абдрахманов Қ., Нарымбетова А., Өтегенов О., Танабаева Д. Хиллдың центрілік өрісіндегі ЖЖС-нің орталық орбитасын соғу.....	211
Исембергенов Н.Т., Дадаева А.Н., Сағындыкова А.Ж., Усембаева С.А. Индукциялық қыздыру кезіндегі дөңкептірудегі жылу ағынын тарату.....	217

СОДЕРЖАНИЕ

Теоретические и экспериментальные исследования

Кулпешов Б.Ш. Свойства секаторов в слабо о-минимальных структурах.....	5
Асанова А.Т., Сабалахова А.П., Байгулова Н.З. Об однозначной разрешимости нелокальной краевой задачи с интегральным условием для одного класса гибридных систем.....	14
Ахметов Б.С., Корченко А.А., Жумангалиева Н.К. Модель базовых величин для контроля аномальности состояния среды окружения.....	26
Бактыбаев К., Далелханкызы А., Оспанов Н.К. Коллективное возбуждение сферических изотопов Ru бозонной теории ядра.....	34
Бекетаева А.О. Исследование взаимодействий поперечной струи со сверхзвуковым потоком в зависимости от параметра нерасчетности.....	46
Бияшев Р.Г., Калимолдаев М.Н., Рог О.А. Представление ограничений моделей атрибутного разграничения доступа.....	58
Буртебаев Н., Дуйсебаев Б.А., Керимкулов Ж.К., Мухамеджанов Е.С., Алимов Д.К., Джансейтов Д.М., Садуев Н.О., Глуценко Н.В., Сакута С.Б., Петерсон Р.Ж., Галанина Л.И. Анализ упругих и неупругих рассеяний α -частиц и ионов ^3He на ядрах ^9Be , ^{13}C и дейтронов на ядрах ^{11}B при низких энергиях.....	66
Дилдабек Г., Тенгаева А.А. О спектре нелокальной краевой задачи для уравнения смешанного параболо-гиперболического типа.....	75
Дильман Т.Б., Абеева А.А., Серикбол М.С. Единственность решения пространственной задачи интегральной геометрии для кривых, инвариантных относительно вертикального сдвига.....	82
Дубовиченко С.Б., Буртебаев Н.Т., Джазиризов-Кахраманов А.В., Ткаченко А.С., Керимкулов Ж.К., Алимов Д.К., Насурлла М. Радиационный захват протона ядром ^{16}O при астрофизических энергиях.....	91
Ескалиев М.Е., Чанбаева М.К., Абылбекова К., Есимбекова Ж.И. Математическое моделирование упругопластической задачи в трастопном массиве с полостью.....	98
Исаева Г.Б., Кылышбаева Н. Новые информационные технологии в образовании.....	106
Кабылбеков К.А., Саидахметов П.А., Омаишова Г.Ш., Аширбаев Х.А., Бердалиева М.Ж. Модель бланка организации компьютерной лабораторной работы по исследованию вынужденных электромагнитных колебаний.....	111
Кальменов Т.Ш., Сураган Д. О спектральных дзета-функциях для уравнения лапласа с граничным интегральным условием потенциала.....	128
Кабылбеков К.А., Омаишова Г.Ш., Саидахметов П.А., Бердалиева М.Ж., Джумагалиева А.И. Модель бланка организации выполнения компьютерной лабораторной работы по исследованию взаимодействия двух длинных параллельных проводников с токами.....	135
Саймбетов А.К., Джанашиев Н.М., Сисенов Н.К., Куттыбай Н.Б., Мухаметкали Б., Тулкибайұлы Е., Нұрғалиев М.К. Физические особенности формирования кремниевых р-і-п детекторных структур.....	141
Хамзина Б.С. Кольматационно-суффозионная фильтрация дисперсных систем с учетом переменной диффузии.....	144
Сураган Д. Об одной нелокальной краевой задаче на группе Гейзенберга.....	150
Мусаханова М.А., Миндетбаева А.А. Методы создания информационной системы для автоматизации процесса профессиональной практики.....	156
Миндетбаева А.А., Мусаханова М.А. Методы применения основ педагогического дизайна в профессиональной подготовке будущих учителей информатики.....	161
Дайырбеков С.С., Шинибаев М.Д., Наримбетова А., Утегенов О., Танабаева Д. Первая система каононических элементов Пуанкаре во второй задаче Хилла.....	166
Кадирбаева Ж.М., Кабдрахова С.С. О разрешимости линейной краевой задачи с многоточечным интегральным условием для нагруженных дифференциальных уравнений при импульсном воздействии.....	178
Дайырбеков С.С., Шинибаев М.Д., Наримбетова А., Утегенов О., Танабаева Д. Вторая система каононических элементов Пуанкаре во второй задаче Хилла.....	190
Шинибаев М.Д., Алимкулова Б.Т., Абдрахманов К., Наримбетова А., Утегенов О., Танабаева Д. Построение промежуточной орбиты ИСЗ в нецентральной поле тяготения Хилла.....	200
Шинибаев М.Д., Алимкулова Б.Т., Абдрахманов К., Наримбетова А., Утегенов О., Танабаева Д. Построение промежуточной орбиты ИСЗ в центральной поле тяготения Хилла.....	211
Исембергенов Н.Т., Дадаева А.Н., Сагындиқова А.Ж., Усембаева С.А. Распределение теплового потока в зерносушилке при индукционном нагреве.....	217

CONTENTS

Theoretical and experimental researches

<i>Kulpeshov B.Sh.</i> Properties of splitting formulas in weakly o-minimal structures.....	5
<i>Assanova A.T., Sabalakhova A.P., Baigulova N.Z.</i> On the unique solvability of a nonlocal boundary value problem with integral condition for an one class of a hybrid systems.....	14
<i>Akhmetov B.S., Korchenko A.A., Zhumangalieva N.K.</i> The model of base unit for control of abnormal condition of environment.....	26
<i>Baktybaev K., Dalelkhankyzy A., Ospanov N.K.</i> Collective excitations of spherical isotopes of Ru in bosonic theory of nuclei.....	34
<i>Beketaeva A.O.</i> Investigation of the transverse jet interaction supersonic flow field depending on the pressure ratio.....	46
<i>Bijashev R.G., Kalimoldayev M.N., Rog O.A.</i> Constraints representation in attribute based access control models.....	58
<i>Burtebayev N., Duisebayev B.A., Kerimkulov Zh.K., Mukhamejanov Y.S., Alimov D.K., Janseitov D.M., Saduev N.O., Gluschenko N.V., Sakuta S.B., Peterson R.J., Galanina L.I.</i> Analysis of elastic and inelastic scattering of α -particles and ^3He ions from ^9Be , ^{13}C nuclei and deuterons from ^{11}B nuclei at low energies.....	66
<i>Dildabek G., Tengayeva A.</i> On the spectrum of non-local boundary value problem for an equation of mixed parabolic-hyperbolic type.....	75
<i>Dilman T.B., Abeyeva A.A., Serikbol M.S.</i> The uniqueness of the solution of the spatial problem of integral geometry for curves that are invariant with respect to the vertical shift.....	82
<i>Dubovichenko S.B., Burtebayev N., Dzhazairov-Kakhramanov A.V., Tkachenko A.S., Kerimkulov Zh.K., Alimov D.K., Nasurrla M.</i> Radiative capture of proton by ^{16}O nucleus at astrophysical energies.....	91
<i>Yeskaliyev M.Ye., Chanbayeva M.K., Abylbekova K., Yessimbekova Zh.I.</i> Mathematical modeling of elastic-plastic tasks trastrope array with a cavity.....	98
<i>Issayeva G.B., Kylyshpaeva N.</i> New information technologies in education.....	106
<i>Kabyrbekov K.A., Saidahmetov P.A., Omashova G.Sh., Ashirbaev H.A., Berdalieva M.J.</i> Model of the form of the organization of computer laboratory work on research of the compelled electromagnetic fluctuations.....	111
<i>Kal'menov T.Sh., Suragan D.</i> On spectral zeta functions of the laplace equation with the integral boundary conditions of the potential.....	128
<i>Kabyrbekov K.A., Saidahmetov P.A., Omashova G.Sh., Berdalieva M.J., Dzhumagalieva A.I.</i> Model of the form of the organisation of performance of computer laboratory operation on examination of interaction of two long parallel conductors with currents.....	135
<i>Saymbetov A.K., Japashov N.M., Sissenov N.K., Kuttybay N.B., Mukhametkali B.K., Tulkibayuly Ye., Nurgaliyev M.K.</i> Physical features of formation of silicon p-i-n detector structures.....	141
<i>Hamzina B.S.</i> Colmatation-suffusion filtration of disperse systems taking into account variable diffusion.....	144
<i>Suragan D.</i> A nonlocal boundary value problem on the Heisenberg group.....	150
<i>Musahanova M.A., Mindetbayeva A.A.</i> Methods of creation information system for automation of professional practice.....	156
<i>Mindetbayeva A.A., Musahanova M.A.</i> Methods of application of the fundamentals of instructional design in the professional preparation of future teachers of informatics.....	161
<i>Dairbekov S.S., Shinibaev M.D., Narimbetova A., Utegenov O., Tanabaeva D.</i> The first system of canonical elements Poincare in the second Hill's problem.....	166
<i>Kadirybayeva Zh.M., Kabdrakhova S.S.</i> On a solvability of linear boundary value problem with multipoint integral condition for the loaded differential equations under impulse effect.....	178
<i>Daiyrbekov S.S., Shinibaev M.D., Narimbetova A., Utegenov O., Tanabaeva D.</i> The second system of canonical elements of Poincare in the second Hill's problem.....	190
<i>Shinibaev M. D., Alimkulova B.T., Abdrahmanov K., Narimbetova A., Utegenov O., Tanabaeva D.</i> Creation of the intermediate opbit of AES in the Hill's non-central gravitation field.....	200
<i>Shinibaev M. D., Alimkulova B.T., Abdrahmanov K., Narimbetova A., Utegenov O., Tanabaeva D.</i> Creation of the intermediate opbit of AES in the Hill's central gravitation field.....	211
<i>Isembergenov N.T., Dadaeva A.N., Sagyndikova A.Zh., Useмбаeva S.A.</i> The heat flux into the dryer in induction heating.....	217

**Publication Ethics and Publication Malpractice
in the journals of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan**

For information on Ethics in publishing and Ethical guidelines for journal publication see <http://www.elsevier.com/publishingethics> and <http://www.elsevier.com/journal-authors/ethics>.

Submission of an article to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan implies that the described work has not been published previously (except in the form of an abstract or as part of a published lecture or academic thesis or as an electronic preprint, see <http://www.elsevier.com/postingpolicy>), that it is not under consideration for publication elsewhere, that its publication is approved by all authors and tacitly or explicitly by the responsible authorities where the work was carried out, and that, if accepted, it will not be published elsewhere in the same form, in English or in any other language, including electronically without the written consent of the copyright-holder. In particular, translations into English of papers already published in another language are not accepted.

No other forms of scientific misconduct are allowed, such as plagiarism, falsification, fraudulent data, incorrect interpretation of other works, incorrect citations, etc. The National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan follows the Code of Conduct of the Committee on Publication Ethics (COPE), and follows the COPE Flowcharts for Resolving Cases of Suspected Misconduct (http://publicationethics.org/files/u2/New_Code.pdf). To verify originality, your article may be checked by the Cross Check originality detection service <http://www.elsevier.com/editors/plagdetect>.

The authors are obliged to participate in peer review process and be ready to provide corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. All authors of a paper should have significantly contributed to the research.

The reviewers should provide objective judgments and should point out relevant published works which are not yet cited. Reviewed articles should be treated confidentially. The reviewers will be chosen in such a way that there is no conflict of interests with respect to the research, the authors and/or the research funders.

The editors have complete responsibility and authority to reject or accept a paper, and they will only accept a paper when reasonably certain. They will preserve anonymity of reviewers and promote publication of corrections, clarifications, retractions and apologies when needed. The acceptance of a paper automatically implies the copyright transfer to the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan.

The Editorial Board of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan will monitor and safeguard publishing ethics.

Правила оформления статьи для публикации в журнале смотреть на сайте:

[www:nauka-nanrk.kz](http://www.nauka-nanrk.kz)

<http://www.physics-mathematics.kz>

Редактор *М. С. Ахметова*
Верстка на компьютере *Д. Н. Калкабековой*

Подписано в печать 27.01.2016.
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
14,15 п.л. Тираж 300. Заказ 1.