

ISSN 1728-7901

Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті
Казахский национальный педагогический университет имени Абая
Abai Kazakh National Pedagogical University

ХАБАРШЫ

«Физика-математика ғылымдары» сериясы
Серия «Физико-математические науки»
Series of Physics & Mathematical Sciences
№2 (66)

Алматы, 2019

**Казахский национальный
педагогический университет
имени Абая**

БЕСТНИК

Серия «Физико-математические науки»
№ 2 (66), 2019 г.

Главный редактор:
д.ф.-м.н. Бектемесов М.А.

Редакционная коллегия:

Зам.главного редактора:
д.ф.-м.н., академик НАН РК Уалиев Г.,
д.п.н. Балабеков Е.Ы.,
д.ф.-м.н., член-корр НАН РК Косов В.Н.,
к.ф.-м.н. Бекшатшаев М.Ж.

Ответ. секретари:
к.п.н. Шекербекова Ш.Т.,
к.п.н. Абдулхарымова Г.А.

Члены редколлегии:
Dr.Sci. Alimhan K. (Jarma),
Ph.d. Cabada A. (Spain),
Ph.d. Kovatcheva E. (Bulgaria),
Ph.d. Ruzhansky M. (England),
д.п.н., член-корр НАН РК Абылқасымова А.Е.,
д.т.н. Амирзалиев Е.,
д.ф.-м.н. Бердышев А.С.,
д.т.н. Григорьев С.Г. (Россия),
д.п.н. Гришина В.В. (Россия),
д.ф.-м.н. Джемалиев М.Т.,
д.ф.-м.н. Кабанкин С.И. (Россия),
д.ф.-м.н., член-корр НАН РК
Калимбетов М.Н.,
д.ф.-м.н. Кокамкулов Б.А.,
д.ф.-м.н. Комаров Ф.Ф.
(Республика Болгария),
д.т.н. Кулбек М.К.,
д.п.н. Лаптиков М.П. (Россия),
д.ф.-м.н. Лисинин В.М. (Россия),
д.п.н. Мамбетакунов Э.М.
(Киргизская Республика),
д.п.н. Пак Н.И. (Россия),
д.ф.-м.н. Сажин С.К.,
д.п.н. Седова Е.А. (Россия),
д.п.н. Смычков Б.Д.,
д.ф.-м.н. Тлебаев К.Б.,
д.т.н. Тулеев А.К.,
д.ф.-м.н. Уалиев З.Г.,
к.т.н. Хымраев Ш.И.

© Казахский национальный педагогический
университет им. Абая, 2019

Зарегистрирован в Министерстве
информации
Республики Казахстан,
№ 4824 - Ж - 15.03.2004
(периодичность - 4 номера в год)
Выходит с 2000 года

Подписано в печать 05.06.2019 г.
Формат 60х84 1/16. Об. 38,5 уч.-изд. л.
Тираж 300 экз. Заказ 2.

050010, г. Алматы, пр. Достык, 13,
Издательство «Улагат» КазНПУ им. Абая

ФИЗИКА. ФИЗИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ

ФИЗИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ

Алымбекова Г.Б., Жусипбекова Ш.Е. «Электротехника және электроника» курсында виртуалды зертханалы жүргізу арналған бағдарламалық-әкпараттық кешендерді пайдалану.....	116
Бауыржан Г.Б., Есмаханова К.Р. Решение периодической системы Манакова для солнитонных поверхностей.....	121
Ержанов К.К., Мейрамбай А., Қазбек И.Б. Яңғ-Бакстер тендеуін колданып $ads_3 \times S^1$ көндітігінде бозондық шеңберді деформацияланған шешімдерін аны.....	127
Жаксылыкова Н.Е., Сқабаева Г.Н. Инженерлік факультет студенттерінің танымсыз біліктегі жағдайларының диагностикасы.....	132
Жаманкеев Е.К., Есіркел А.Н. Робототехникиның оқыту әдістерінің тәжілділігі.....	136
Ісатаев М.С., Кантаева Г.Н., Кантаева М.Н. Применение вычислительной гидродинамики для получения максимальной эффективности крыла беспилотного летательного аппарата.....	141
Калжанова Г.К., Гребенек Н.А. Современные подходы в организации обучения физике при обновленной программе.....	147
Касanova Л.Г., Меренгай L. Flash-технологиялар көмегімен физикалық үдерістерді візледе және мөдделде.....	152
Касanova Т.К., Цыба П.Ю., Разина О.В. Исследование связи десктивершинной модели с ХХХ - моделью Гейзенберга.....	157
Киңжебаева Да.А., Жаманкеев Е.К., Сарсекеева А.С. Разработка алгоритма системы ручного обучения промышленного робота.....	164
Косов В.Н., Кульжанов Д.У., Красиков С.А., Федоренко О.В., Калимов А.Б. Модернизация трехступенчатого разделительного модуля для газовых смесей з проточными устройствами.....	170
Косов В.Н., Федоренко О.В., Мұкамеденқызы В., Молдабекова М.С. Влияние концентрации газа-разбавителя в исходных смесях на диффузию основных компонентов.....	174
Ослабеков Е.А., Баяметов О.С., Азаматов А.А. Кильватерлік едіспен белшектердің үдетілүйнің математикалық моделі.....	179
Сүйкімбаева Н.Т., Женесов А.А., Разина О.В., Цыба П.Ю. Аязш Бете в ХХХ - модели Гейзенберга для 3-х перевернутых спинов.....	185
Шеттева К.Ж. Математикалық физика есептерінің шешімдерін визуалды түрде көрсету тасілдері.....	191
Шоканов Э.К., Шойынбаева Г.Т. Нанотехнологияның негізін icerу ушін сканерлеуші түнгельдік микроскопияны оку үдерісіне колдану.....	198

**ИНФОРМАТИКА. ИНФОРМАТИКАНЫ ОҚЫТУ
ӘДІСТЕМЕСІ. БІЛІМ БЕРУДІ АҚПАРАТТАНДЫРУ
ИНФОРМАТИКА, МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ
ИНФОРМАТИКИ. ИНФОРМАТИЗАЦИЯ
ОБРАЗОВАНИЯ**

Абдиев К.С. Функциональные особенности информационных систем, предназначенных для сопровождения процедур оценивания результатов обучения.....	203
Айдаров Қ.А., Зейнұллаева Н.Д. Қазіргі цифрлық оқыту күралдары және цифрлық күштегілік: бар мәселелер мен үздістердің талдау.....	208
Балабеков Е.Ы., Бекежанова А.А. Визуалдау күралдарының объекттіге бағытталған программаларды оқытуда пайдалану тижділігі.....	215

B.N. Kosov¹, O.B. Fedorenko², B. Mukhamedienkazy², M.S. Moldabekova²

¹*Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы, Казахстан,*
²*Научно-исследовательский институт экспериментальной и теоретической физики при Казахском
национальном университете имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан*

ВЛИЯНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ ГАЗА-РАЗБАВИТЕЛЯ В ИСХОДНЫХ СМЕСЯХ НА ДИФФУЗИЮ ОСНОВНЫХ КОМПОНЕНТОВ

Аннотация

Проведено моделирование диффузии двух газов в равной степени разбавленных третьим в изобарно-изотермических условиях. В качестве основных диффундирующих газов были взяты гелий и аргон, которые разбавлялись в равной степени в широких пределах концентраций в одном случае метаном, а в другом – азотом. Исследованы диффузионный и конвективный режимы протекания процесса. Расчет проводился в рамках теории устойчивости, распространенной на случай изотермической тройной газовой смеси. Получены карты устойчивости для рассматриваемых систем при различных концентрациях балластного газа. Показано, что интенсивность диффузионного и конвективного режимов при диффузии основных компонентов зависит от начальной концентрации газа-разбавителя (балластного газа). Увеличение содержания балластного газа в смеси приводит к уменьшению интенсивности диффузионных и конвективных режимов протекания процесса.

Ключевые слова: Газы, диффузия, смеси, конвекция, газ-разбавитель (балластный газ), теория устойчивости.

Аннотация

АЛҒАШҚЫ ҚОСПАЛАРДАҒЫ ГАЗ-СҮЙЛӨТКҮШІНЫҢ НЕГІЗГІ КОМПОНЕНТТЕРДІН ДИФУЗИЯСЫНА ӘСЕР ЕТУІ

B.N. Kosov¹, O.B. Fedorenko², B. Mukhamedienkazy², M.S. Moldabekova²

¹*Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Алматы, Казахстан,*

²*ал-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеттің эксперименттік және теоријалық физика ғылыми-
зерттеу институты, Алматы, Казахстан*

Изобаралық-изотермиялық жағдайлардағы екі газдың тәң дәрежеде үшінші газбен арапастырылғандарғы диффузияны модельдеу жүргізілді. Негізгі диффундирлеуші газдар ретінде гелий мен аргон алынды, олар бір жағдайда метанмен, ал екінші жағдайда азотмен концентрацияның көз шеңберде бірдей дәрежеде сыйыптылыбы. Процессстің журууны диффузиондық және конвективті режимдерді зерттептеген. Есептеу үшін газдың қоспасындағы изотермиялық жағдайға тараған, тұрақтылық теория анықтауда орындалды. Балластты газдың әр түрлі концентрациялары кезінде қарастырылатын жүнделер үшін тұрақтылық карталары алынды. Негізгі компоненттердің диффузиясы кезіндегі диффузиондық және конвективтік режимдердегі қарымқылдылығы газ-сүйлөткүшіның (балласт газының) бастауынан концентрацияның байланысты екені көрсетілді. Қоспа қарымқылдары балласт газының көбейіу диффузиондық және конвективті режимдері процесстің журунің қарымқылдың азайының екеледі.

Түбін сөздер: Газдар, диффузия, қоспалар, конвекция, газ еріткіші (балласт газы), тұрақтылық теориясы.

Abstract

EFFECT OF DILUENT GAS CONCENTRATION IN THE INITIAL MIXTURES ON DIFFUSION OF MAIN COMPONENTS

V.N. Kosov¹, O.V. Fedorenko², V. Mukamedenkyzy², M.S. Moldabekova²

¹Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan,

²Institute of Experimental and Theoretical Physics at Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

Simulation of the diffusion of two gases equally diluted with the third one under isobaric-isothermal conditions has been carried out. Helium and argon were taken as the main diffusing gases, which were diluted equally in a wide range of concentrations in one case with methane and in the other with nitrogen. The diffusion and convective modes of the process are investigated. The calculation has been performed in the framework of the stability theory, which is common in the case of an isothermal ternary gas mixture. Stability maps were obtained for the systems under consideration at various concentrations of the ballast gas. It is shown that the intensity of the diffusion and convective regimes during the diffusion of the main components depends on the initial concentration of the diluent gas (ballast gas). The increase in the content of the ballast gas in the mixture leads to a decrease in the intensity of diffusion and convective modes of the process.

Keywords: Gases, diffusion, mixtures, convection, diluent gas (ballast gas), stability theory.

Введение

В многокомпонентных газовых системах взаимное влияние компонентов друг на друга может приводить к явлениям, не имеющим места в обычной диффузии, что подтверждается экспериментально [1-5], а также следует из анализа уравнений Стефана-Максвелла [6-10]. При анализе уравнений Стефана-Максвелла для эквимолярной, противоточной диффузии в трехкомпонентной газовой смеси, Тур [7] определил условия (соотношения между концентрациями и коэффициентами взаимной диффузии (КВД) компонентов), при которых наблюдаются аномальные режимы процесса переноса (диффузионный барьер, осмотическая диффузия и реверсивная диффузия). С физической точки зрения аномальные режимы процесса переноса можно объяснить тем, что наблюдаемый при диффузии перенос компонента есть результат сложения диффузионной и конвективной составляющей переноса [9, 11].

Аномальные режимы процесса переноса в настоящее время стали классическим примером проявления особенностей многокомпонентной диффузии [8, 9]. Примером проявления этих эффектов является диффузия двух или нескольких газов равномерно разбавленных третьим – балластным газом, градиент концентрации которого равен нулю (диффузия двух основных газов через слой неподвижного – третьего).

Эта модель может быть применена при решении практических задач, связанных с многокомпонентным массопереносом. В частности, варьируя различными газами-разбавителями с отличающимися друг от друга свойствами и их концентрациями можно управлять характером течения массообмена при химических реакциях или других массообменных процессах.

В данной работе приводятся результаты вычислительного эксперимента по изучению особенностей диффузионного и конвективного режимов, когда два основных газа в равной степени разбавлены балластным газом различной концентрации.

Вычислительный эксперимент

В качестве основных диффундирующих газов были взяты гелий и аргон, которые разбавлялись в равной степени в широких пределах концентраций в одном случае метаном, а в другом – азотом. Рассматриваемые системы были экспериментально исследованы в [12] стационарно проточным методом на квадрате из шести щелевых каналов с размерами: $L = 20 \cdot 10^{-3}$ м – длина, $a = 0,1 \cdot 10^{-3}$ м – толщина, $b = 10,5 \cdot 10^{-3}$ м каждый при $T = 298$ К и $p = 0,101$ МПа. Значения концентраций балластного газа в исходных смесях приведены в таблице 1.

Вычислительный эксперимент был проведен на основе линейной теории устойчивости [13]. Макроскопическое движение изотермической тройной газовой смеси описывается общей системой уравнений гидродинамики, которая включает в себя уравнения Навье-Стокса, сохранения числа частиц смеси и компонентов.

Таблица 1. Концентрации газа-разбавителя в исходных смесях

Система	Номер системы	Концентрация балластного газа, мол. доли	
		верх	низ
$\text{He} + \text{CH}_4 - \text{Ar} + \text{CH}_4$	1	0,1300	0,1310
	2	0,3022	0,3006
	3	0,5160	0,5220
	4	0,6993	0,6997
	5	0,8714	0,8641
$\text{He} + \text{N}_2 - \text{Ar} + \text{N}_2$	1	0,2922	0,2911
	2	0,4996	0,4930
	3	0,6821	0,6960
	4	0,9019	0,9036

Принимая во внимание условие независимой диффузии, при которой для изотермической газовой смеси $\sum_{i=1}^3 j_i = 0$; $\sum_{i=1}^3 c_i = 1$, эта система уравнений имеет следующий вид [13, 14]:

$$\begin{aligned} \rho \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla \mathbf{u}) \right] &= -\nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{u} + \left(\frac{\eta}{3} + \xi \right) \nabla \operatorname{div} \mathbf{u} + \rho \mathbf{g}, \\ \frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div}(n \mathbf{v}) &= 0, \quad \frac{\partial c_i}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla c_i = -\operatorname{div} \mathbf{j}_i, \\ \mathbf{j}_1 &= -(D_{11}^* \nabla c_1 + D_{12}^* \nabla c_2), \\ \mathbf{j}_2 &= -(D_{21}^* \nabla c_1 + D_{22}^* \nabla c_2). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь \mathbf{u} – вектор среднемассовой скорости; \mathbf{v} – вектор среднетисковой скорости; ρ – плотность; p – давление; η и ξ – коэффициенты слаговой и объемной вязкости; \mathbf{g} – вектор ускорения свободного падения; n – числовая плотность; t – время; c_i – концентрация i -го компонента; \mathbf{j}_i – вектор плотности диффузионного потока i -го компонента; D_{ij}^* – практические коэффициенты диффузии, которые определяются через коэффициенты взаимной диффузии (КВД):

$$\begin{aligned} D_{11}^* &= \frac{D_{11} [c_1 D_{22} + (c_2 + c_3) D_{12}]}{D}, \quad D_{12}^* = -\frac{c_1 D_{22} (D_{12} - D_{21})}{D}, \\ D_{22}^* &= \frac{D_{22} [c_2 D_{11} + (c_1 + c_3) D_{21}]}{D}, \quad D_{21}^* = -\frac{c_2 D_{11} (D_{12} - D_{21})}{D}, \\ D &= c_1 D_{22} + c_2 D_{11} + c_3 D_{12}. \end{aligned}$$

Уравнения (1) дополняются уравнением состояния среды

$$\rho = \rho(c_1, c_2, p), \quad T = \text{const.}$$

При решении системы уравнений (1) применялся метод малых возмущений [13], который предполагал концентрацию i -го компонента c_i и давление p представить следующим образом:

$$c_i = \langle c_i \rangle + c_i^f, \quad p = \langle p \rangle + p^f,$$

где $\langle c_i \rangle$, $\langle p \rangle$ – постоянные средние значения, принимаемые в качестве начала отсчета.

Учитывая, что при $L \gg r$ (L и r – длина и радиус диффузионного канала, соответственно) различия между возмущениями среднетисковой \mathbf{v} и среднемассовой \mathbf{u} скоростей в уравнении Навье-Стокса будут несущественны [14], а также предполагая, что нестационарные возмущения механического равновесия малы, пренебрегая квадратичными по возмущениям членами, и выбиря соответствующие

масштабы единиц измерения (расстояния – d , времени – d^3/v , скорости – D_{22}^*/d , концентрации i -го компонента – $A_i d$, давления – $\rho_0 v D_{22}^*/d^3$), получим систему уравнений гравитационной концентрационной конвекции для возмущенных значений в безразмерных величинах (штрихи опущены):

$$\begin{aligned} \text{Pr}_{22} \frac{\partial c_1}{\partial t} - (\mathbf{u} e_z) - \tau_{11} \nabla^2 c_1 + \frac{A_1}{A_1} \tau_{12} \nabla^2 c_2, \\ \text{Pr}_2 \frac{\partial c_2}{\partial t} - (\mathbf{u} e_z) - \frac{A_2}{A_2} \tau_{21} \nabla^2 c_1 + \nabla^2 c_2, \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla p + \nabla^2 \mathbf{u} + (\text{Ra}_1 \tau_{11} c_1 + \text{Ra}_2 c_2) \mathbf{e}_z, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{div } \mathbf{u} = 0,$$

где \mathbf{e}_z – единичный вектор в направлении оси z ; $\text{Pr}_i = v/D_{ii}^*$ – диффузионное число Прандтля; $\text{Ra}_i = g \beta_i A_i d^4 / v D_{ii}^*$ – парциальное число Рэлея; $\tau_{ij} = D_{ij}^* / D_{22}^*$ – параметры, определяющие соотношение между практическими коэффициентами диффузии; $\beta_i = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial p}{\partial c_i} \right)_{p,T}$; $A_i \mathbf{e}_z = -\nabla c_{i0}$ (индекс 0 относится к средним значениям).

Решение системы уравнений (2) для плоского вертикального канала с массонепроницаемыми стенками позволило получить в терминах чисел Рэлея граничное соотношение, определяющее смену режимов «диффузия – конвекция» в виде [14]:

$$\tau_{11} \left(1 - \frac{A_2}{A_1} \tau_{12} \right) \text{Ra}_1 + \left(\tau_{11} - \frac{A_1}{A_2} \tau_{21} \right) \text{Ra}_2 = \gamma^4 (\tau_{11} - \tau_{12} \tau_{21}), \quad (3)$$

где $\gamma = \text{Ra}^{1/4}$, т.е. $\gamma = (\text{Ra}_1 K_1 + \text{Ra}_2 K_2)^{1/4}$; $K_1 = \frac{\left(1 - \frac{A_2}{A_1} \tau_{12} \right)}{\left(\tau_{11} - \tau_{12} \tau_{21} \right)}$, $K_2 = \frac{\left(\tau_{11} - \frac{A_1}{A_2} \tau_{21} \right)}{\left(\tau_{11} - \tau_{12} \tau_{21} \right)}$; A_i – парциальный градиент концентрации i -го компонента.

Согласно рис. 1 уравнение (3) дает на плоскости $(\text{Ra}_1, \text{Ra}_2)$ граничную прямую (линия I), разделяющую области затухающих (диффузия) и нарастающих (концентрационная конвекция) возмущений.

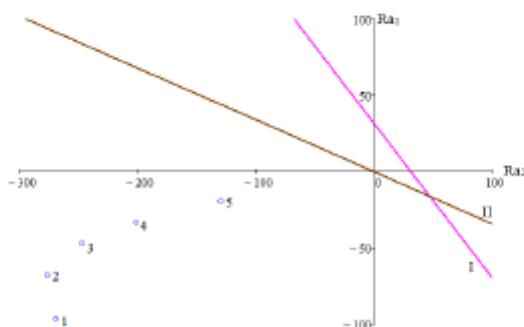


Рисунок 1. Области устойчивой и неустойчивой диффузии для системы $\text{He} + \text{CH}_4 - \text{Ar} + \text{CH}_4$

Также на рис. 2 приведена линия II, которая соответствует нулевому градиенту плотности и определяется следующим выражением:

$$\tau_{11} Ra_1 = -Ra_2. \quad (4)$$

Результаты численного эксперимента для системы $\text{He} + \text{CH}_4 - \text{Ar} + \text{CH}_4$ при различных концентрациях балластного газа приведены на рис. 1. Рассматриваемая система диффузионно-устойчивая.

Парциальные числа Рэлея в соответствии с (2) в применении к диффузионному каналу с характерным размером r и длиной L можно записать следующим образом [15]:

$$Ra_1 = \frac{g\mu r^4 \Delta m_1}{\rho v D_{11}^*} \cdot \frac{\partial c_1}{\partial z}, \quad Ra_2 = \frac{g\mu r^4 \Delta m_2}{\rho v D_{22}^*} \cdot \frac{\partial c_2}{\partial z}, \quad (5)$$

где $\Delta m_1 = m_1 - m_2$, $\Delta m_2 = m_2 - m_1$, m_i – масса молекулы i -го сорта.

Точки, соответствующие неустойчивому режиму, будем обозначать в виде знаков *, а диффузия будет определяться знаками o.

Точки 1–5 на рис. 1 соответствуют различному содержанию балластного газа в системе $\text{He} + \text{CH}_4 - \text{Ar} + \text{CH}_4$ в соответствии с таблицей 1. Анализ численных данных свидетельствует о том, что увеличение концентрации балластного газа приводит к увеличению парциальных чисел Рэлея. Аналогичные данные получены и для системы $\text{He} + \text{N}_2 - \text{Ar} + \text{N}_2$. Такое поведение парциальных чисел Рэлея согласуется с экспериментальными данными, приведенными в [12], согласно которым истинные коэффициенты диффузии (ИКД) гелия и аргона зависят от концентрации газа-разбавителя в исходных смесях. В рассматриваемых системах увеличение концентрации газа-разбавителя приводит к уменьшению ИКД, т.е. к уменьшению интенсивности диффузионного процесса.

Если поменять расположение газов относительно диффузионного канала, т.е. рассмотреть неустойчивые системы $\text{Ar} + \text{CH}_4 - \text{He} + \text{CH}_4$ и $\text{Ar} + \text{N}_2 - \text{He} + \text{N}_2$, то смена ориентации приводит к тому, что парциальные числа Рэлея уменьшаются, что показано на рис. 2. При этом интенсивность конвективного режима смешения уменьшается.

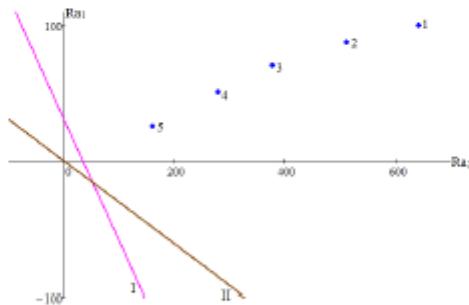


Рисунок 2. Области устойчивой и неустойчивой диффузии для системы $\text{Ar} + \text{CH}_4 - \text{He} + \text{CH}_4$

Заключение

Таким образом, проведенные исследования показывают, что концентрация балластного газа оказывает существенное влияние на диффузионный и конвективный режимы смешения основных диффундирующих компонентов. Увеличение концентрации балластного газа в исходных бинарных системах приводит к уменьшению как диффузионного и конвективного режимов смешения. Подбирая соответствующим образом концентрацию газа-разбавителя, можно либо замедлить, либо интенсифицировать массоперенос.

Часть результатов, приведенных в работе, была получена при финансовой поддержке гранта АР05130986 Комитета Науки МОН РК.

Список использованной литературы:

- 1 Arnold K.R., Toor H.L. Unsteady diffusion in ternary gas mixtures // A. I. Ch. E. Journal. – 1967. – Vol. 13, No. 6. – P. 909-914.
- 2 Duncan J.B., Toor H.L. An experimental study of three component gas diffusion // A. I. Ch. E. Journal. – 1965. – Vol. 11, No. 4. – P. 706-709.
- 3 Miller L., Mason E.A. Oscillating instabilities in multicomponent diffusion // Phys. Fluids. – 1967. – Vol. 9, No. 4. – P. 711-721.
- 4 Косов Н.Д., Жаврин Ю.И., Кульжанов Д.У. Диффузия двух газов в равной степени разбавленных третьим // ЖТФ. – 1981. – Т. 51, № 3. – С. 645-649.
- 5 Айткоожаев А.З., Жаврин Ю.И., Косов Н.Д. О переносе газа-разбавителя в случае неустойчивого диффузионного процесса // Изв. АН КазССР, сер. физ.-мат. – 1991. – № 6. – С. 88-92.
- 6 Toor H.L. Solution of the linearized equations of multicomponent mass transfer: I, II Matrix methods // A. I. Ch. E. Journal. – 1964. – Vol. 10, No. 4. – P. 448-455, 460-465.
- 7 Toor H.L. Diffusion in three-component gas mixture // A. I. Ch. E. Journal. – 1957. – Vol. 3, No. 2. – P. 198-207.
- 8 Дильман В.В., Каширская О.А., Лотхов В.А. Особенности многокомпонентной диффузии // ТОХТ. – 2010. – Т. 44, № 4. – С. 396-400.
- 9 Каминский В.А. Расчет диффузионных потоков и распределения концентраций для трехкомпонентной диффузии // ЖФХ – 2011. – Т. 85, № 11. – С. 2127-2130.
- 10 Слезнев В.Д., Смирнов В.Г. Диффузия в трехкомпонентной смеси газов в системе двух колб // ЖТФ. – 1981. – Т. 51, № 4. – С. 795-800.
- 11 Косов Н.Д., Новосад З.И. Определение количества газа, переносимого гидродинамическим потоком при взаимной диффузии // ЖТФ. – 1969. – Т. 39, № 3. – С. 582-586.
- 12 Кульжанов Д.У., Жаврин Ю.И. Измерение истинных коэффициентов диффузии гелия и аргона в зависимости от концентрации газа-разбавителя // Молекуларный и моллярный тепломассоперенос. – Алма-Ата, 1981. – С. 20-22.
- 13 Гарциун Г.З., Жұховещкий Е.М. Конвективная устойчивость неожидаемой жидкости. – М.: Наука, 1972. – 392 с.
- 14 Жаврин Ю.И., Косов В.Н., Федоренко О.В., Акжолова А.А. Некоторые особенности изотермического многокомпонентного массопереноса при конвективной неустойчивости газовой смеси // ТОХТ. – 2016. – Т. 50, № 2. – С. 177-183.
- 15 Косов В.Н., Федоренко О.В., Жаврин Ю.И., Мұхамеденқызы В. Неустойчивость механического равновесия при диффузии в трехкомпонентной газовой смеси в вертикальном цилиндре кругового сечения // ЖТФ. – 2014. – Т. 84, № 4. – С. 15-18.