ОТЗЫВ

на диссертацию М.Н.Коныркулжаевой «Вычетные и спектральные разложения дифференциальных операторов второго порядка на графах» («Residual and spectral decompositions of the second-order differential operators on graphs»), представленную на соискание степени доктора PhD по специальности «Математика»

Диссертационная работа Коныркулжаевой Марал Нурлановной относится к области дифференциальных уравнений на графах, которые моделируют самые разные задачи естествознания процессы в сетях волноводов, колебания упругих сеток, распространение электронных импульсов в нейроне и т.п. Интенсивное изучение дифференциальных уравнений на графах (в других терминах - пространственных сетях, одномерных стратифицированных множествах, одномерных клеточных комплексах) началось сравнительно недавно, около 25-30 лет назад. К подобным уравнениям приводит моделирование самых разных явлений: процессов в сетях волноводов деформаций и колебаний стержневых решёток, деформаций упругих сеток и струнно-стержневых систем, диффузии в сетях, распространения электрического потенциала в нейроне и нейронных сетях, бифуркаций вихревых течений в жидкости, гемодинамики, колебаний сложных молекул, расчёт гидравлических сетей; приводят к таким уравнениям и задачи вычислительного характера: например, задача о приближении спектра лапласиана и операторов более высокого порядка на триангулируемом римановом многообразии спектрами дифференциальных операторов на графах.

Проблемы по исследованию задач на графах, поставленные перед диссертантом, отчасти хорошо известны из научной литературы, отчасти явно формулировались его научным консултантом. Но более важно, что Марал Коныркулжаева научилась формулировать интересные научные вопросы сама и находить нетривиальные пути их решения, т.е. вырос в самостоятельного исследователя.

Научные результаты диссертации изложены в главах 1,2,3. В главе 1 вводятся известные понятия и утверждения, касающиеся дифференциальных операторов на произвольных связных геометрических графах без петель. Максимальный оператор на графе определяется дифференциальными выражениями на дугах, условиями Кирхгофа во внутренних вершинах графа. Для введенного максимального оператора доказан аналог формулы Лагранжа. Для произвольного набора граничных условий указан алгоритм построения сопряженных граничных форм. Также дано полное описание всех самосопряженных сужений максимального оператора.

В главе 2 построена функция Грина на граф-звезде при m дугах с нулевыми потенциалами, также с произвольными потенциалами, приведено вычетное и спектральное разложение в ряд Фурье функции Грина.

В главе 3 рассматривается звездный граф, состоящий из двух бесконечных дуг и одной дуги малой длины. На таком графе рассматривается оператор Шредингера с кусочно – постоянными потенциалами на бесконечных дугах и сингулярным потенциалом на малой дуге. Длина последней дуги считается малым параметром в задаче. Во внутренней вершине данного графа задается δ'– взаимодействие, в граничной вершине малой дуги – условие Неймана. Определены предельные краевые условия, в операторной норме получены двучленные асимптотики для резольвент рассматриваемых операторов и даны оценки остатков. Также изучается эффект возникновение изолированных собственных значений из края существенного спектра. Установлены эффективные, легко проверяемые достаточные условия существования и отсутствия таких собственных значений и обнаружена голоморфная зависимость по малому параметру собственных значений возникающих из края существенного спектра. Вторая задача рассматривается простейший граф, состоящий из двух дуг конечной длины и малой дуги с общей внутренней вершиной. Длина малой дуги считается малым параметром в задаче, описывающем возмущение. На таком графе дуге также рассматривается оператор Шредингера с условиями Кирхгофа во внутренней вершине, условиями Дирихле на внешних конечных дугах и условием Дирихле либо условием Неймана на внешней вершине малой дуги. Показано, что такие операторы в смысле равномерное резольвентной сходимости сходится к оператору Шредингеру на графе без малой дуги. Получен результат для резольвент – выяснение вида первой поправки в их асимптотике и получение оценки остатка. Изучены зависимости собственных значений от малого параметра. Несмотря на по сути сингулярное возмущение графа, собственные значения зависят от малого параметра голоморфно и представляется сходящимися степенными рядами. Обнаружено, что при возмущении могут возникать неподвижные собственные значения, остающиеся на месте и не зависящие от малого параметра. Приведен критерий, определяющий возникновение таких собственных значений. Для подвижных собственных значений выписаны формулы для коэффициента в первом члене в их ряде Тейлора.

Все результаты диссертации прошли апробацию на солидных международных конференциях и семинарах. Считаю, что диссертационная работа выполнена на хорошем мировом уровне, а автор проявила себя как самостоятельный исследователь и вполне заслуживает присуждения ему степени доктора PhD по специальности «Математика».

Научный консультант Б.Е.Кангужин
д.ф.-м.н., профессор

РАСТАЙМЫН
әл-Фараби атындағы ҚазҰУ Ғылыми кадрларды
даярлау және аттестаттау басқармасының бастығы
ЗАВЕРЯЮ
Начальник управления подготовки и аттестации
научных кадров КазНУ им. аль-Фараби
Р.Е. Кудайбергенова
«______» _______________ 20____ ж./г.