МРНТИ 27.21.21

Джунушалиев В.Д., Проценко Н.А.*

НИИЭТФ, кафедра теоретической и ядерной физики,
Казахский национальный университет им. аль-Фараби,
Казахстан, г. Алматы, *e-mail: ninok94kaz@mail.ru

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ МЕТОД ПРОВЕРКИ НЕАБЕЛЕВОЙ МОДЕЛИ ТЕМНОЙ МАТЕРИИ

В данной статье предлагается метод экспериментальной проверки одной из моделей темной материи, в которой темной материей является классическое неабелево $SU(3)$ калибровочное поле Янга-Миллса. Предлагаемый метод основан на анализе движения цветных заряженных частиц в неабелевом $SU(3)$ калибровочном поле Янга – Миллса. Для анализа такого движения используются уравнения Вонга, которые являются обобщением 2-ого закона Ньютона для частиц, имеющих цветной заряд. Рассмотрен механизм для обрезания классических калибровочных полей в пространстве, учитывая квантовые эффекты. Проведена оценка значения напряженности, а также потенциала цветного электрического поля в галактике. Получено решение уравнений Вонга, описывающее движение цветного заряда в неабелевой модели темной материи. На этой основе предлагается метод экспериментальной проверки неабелевой модели темной материи.

Ключевые слова: темная материя, уравнения Вонга, уравнения Янга – Миллса, цветные частицы, неабелево калибровочное поле.

Dzhunushaliev V.D., Protsenko N.A.*

IETP, Department of Theoretical and Nuclear Physics,
Kazakh National University, al-Farabi Kazakh National University,
Kazakhstan, Almaty, *e-mail: ninok94kaz@mail.ru

The experimental method for testing a non-Abelian dark matter model

A method of experimental verifcation of non – Abelian dark matter model where the dark matter is a classic non-Abelian SU (3) gauge field Yang – Mills is proposed. The method is based on the analysis of motion of charged particles in the colored non – Abelian gauge field. For the analysis of the motion we use Wong equations that are the generalization of the second Newton law for particles with a color charge. The field strengths values were evaluated in the colored electric field in the galaxy. A mechanism for cutting off classical gauge fields in space is considered, taking into account quantum effects. The value of the strength, as well as the potential of the colored electric field in the galaxy, is estimated. A solution of the Wong equations describing the motion of a color charge in a non-Abelian model of dark matter is obtained. On this basis, a method is proposed for experimental verification of a non-Abelian model of dark matter.

Key words: dark matter, Yang – Mills equations, colored particles, non-Abelian gauge field.

Джунушалиев В.Д., Проценко Н.А.*

ЭТФҒЗИ, Теориялық және ядролық физика кафедрасы,
әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті,
Қазақстан, Алматы қ., *e-mail: ninok94kaz@mail.ru

Қара материяның неабельді үлгісін тексеруге арналған тәжірибесі

Бұл мақалада қара материяның бір моделін эксперименттік әдіспен тексеру ұсынылған. Қара дене деп тұрған Янга-Миллстің классикалық неабелев SU(3) калибрлік өрісі. Ұсынылған әдіс Янга-Миллстің неабелев SU(3) калибрлік өрісіндегі түрлі-түсті зарядталған бөлшектердің қозғалысын талдауға негізделген. Мұндай қозғалысты талдау үшін, түрлі-түсті зарядтарға ие бөлшектерге арналған Ньютонның 2-заңының толықтырмасы болып табылатын, Вонга теңдеуі қолданылады. Кеңістікте классикалық калибрлік өрісті, кванттық эффектті ескере отырып, бөлу механизмі қарастырылған. Кернеулік мәнінің бағасы мен галактикадағы түрлі-түсті электр өрісінің потенциалы қарастырылған. Осы негізде қараңғы материяның әлемдік емес моделін эксперименттік тексеру әдісі ұсынылған.

Түйін сөздер: Вонг теңдеулері, Янг – Миллс теңдеулері, неабельдік өріс, түсті бөлшек, қара материя.

Введение

В настоящее время считается, что помимо обычного видимого вещества во Вселенной должно присутствовать и некоторое другое гравитационное вещество. Существует ряд астрономических доказательств в пользу его существования [1]. В частности, это касается измерения кривых галактического вращения. Согласно ньютоновской теории гравитации, круговая скорость u объекта на устойчивой кеплеровской орбите с радиусом r является $u(r) \propto \sqrt{M(r)/r}$, где $M(r)$ это масса, заключенная в сфере радиуса r.Тогда при выполнении наблюдений в области, лежащей за пределами видимой границы галактики, где $M = \mathrm{const.}$, можно было ожидать, что скорость $u(r) \propto 1/\sqrt{r}$. Однако астрономические наблюдения показывают, что во внешних областях галактик u становится приблизительно постоянной. Это означает, что вокруг галактик существует ореол, внутри которого плотность массы ведет себя как $\rho(r) \propto 1/r^2$ и масса $M(r) \propto r$. Кроме того, измерения пекулярных скоростей галактики в кластерах и эффекты, связанные с гравитационным линзированием безусловно, указывают на то, что эти наблюдательные следствия также не могут быть объяснены только наличием обычного видимого вещества.

Теоретическое моделирование указанных наблюдательных эффектов обычно выполняется в рамках двух основных подходов. Во-первых, предполагается, что в галактиках и их скоплениях доминирующей формой вещества является некоторая невидимая форма, называемая темной материей (для общего обзора, посвященного данной теме, см. [2]). Считается, что в настоящее время во Вселенной ТМ составляет порядка 25% от полной массы всех форм материи. Истинная природа темной материи остается до сих пор неизвестной. Предполагается, что она состоит из каких-то экспериментально пока неоткрытых частиц [3, 4]. Это не могут быть барионы, поскольку в этом случае космический микроволновой фон и крупномасштабная структура Вселенной были бы радикально другими. Поэтому, в качестве кандидатов на роль частиц ТМ предлагаются различные частицы, которые либо слабо, либо совсем не взаимодействуют с электромагнитным излучением (аксионы, стерильные нейтрино, гравитино, слабо взаимодействующие массивные частицы, и т.д). При этом предполагается, что такие частицы могут кластерироваться на масштабах, порядка размеров галактик и их скоплений [5].

Второе направление моделирования темной материи связано с предположением, что на галактических масштабах сами теории гравитации (ньютоновская или эйнштейновская) требуют определенной модификации [6, 7]. За счет этого удается объяснять отмеченные выше наблюдательные эффекты без привлечения гипотезы о наличии в галактиках ТМ.

В итоге видно, что объяснение наблюдательных фактов неизбежно требует либо введения новых, экспериментально пока не открытых форм материи, либо модификации самой теории гравитации.В данной статье мы работаем в рамках первого подхода, предполагая, что в галактиках может иметься специальная форма ТМ, моделируемая цветными полями [8-10] в рамках классической неабелевой калибровочной теории Янга – Миллса [11-13]. В [8-10] показано, что можно получить такое распределение калибровочного поля, которое адекватно опишет универсальную кривую вращения спиральных галактик. Работая в рамках этой модели, мы исследуем влияние цветной ТМ на движение пробных цветных частиц (монополей или кварков) [14, 15]. Цветная темная материя описывается специальным анзацем, позволяющим получать регулярные статические решения SU(3) уравнений Янга-Миллса [16, 17]. Невидимость такой ТМ обеспечивается тем, что цветные частицы взаимодействуют с обычным (барионным) веществом и электромагнитным излучением только гравитационно [18, 19]. Нашей целью является оценка влияния такого рода

ТМ на движение пробных частиц типа монополя ’т Хоофта – Полякова или уединенного кварка [20]. Для описания движения этих частиц мы используем уравнения Вонга [21-25], в которых мы используем напряженности цветных электрических и магнитных полей, значения которых мы оценили путем сравнения массы ТМ с массой неабелевых полей.

Статья организована следующим образом. В разделе II, представлено общее описание модели неабелевой темной материи. В разделе III, рассмотрен способ тестирования такой модели ТМ, в пределах которой напряженнности сильных полей оцениваются на краю галактики (раздел III A) а также представлены аналитические решения уравнений Вонга (раздел III B). Наконец, в разделе IV, мы суммируем полученные результаты и даем некоторые комментарии к рассматриваемой модели ТМ.

Неабелева модель темной материи

В этом разделе мы следуем статьям [8-10], в которых ТМ описывается как классическое неабелево поле.

A. Общие уравнения

Мы предполагаем, что галактика погружена в сферу, состоящую из SU(3) калибровочного поля. Моделирование ТМ осуществляется с использованием классического SU(3) уравнения Янга-Миллса

$$D_\mu F^a_{\mu\nu} = 0, \tag{1}$$

где $F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g f^{abc} A^b_\mu A^c_\nu$ является тензором поля Янга-Миллса, A^a_ν – SU(3) калибровочный потенциал, $\mu, \nu = 0,1,2,3$ – пространственно-временные индексы, g – константа связи и f^{abc} – являются SU(3) структурными константами.

Чтобы экспериментально проверить такую модель ТМ, рассмотрим движение цветных заряженных частиц (монополей или одиночных кварков), помещенных в это калибровочное поле. Заряженные цветные частицы являются неабелевым обобщением классического электрического заряда в калибровочных теориях Янга-Миллса. Они характеризуются цветным зарядом T_a, где $a = 1,2,\ldots,8$ – цветной индекс. Движение цветной частицы с массой m под действием внешнего цветного электрического и магнитного полей описывается уравнениями Вонга [21]

$$mc\frac{d^2 x^\mu}{ds^2} = -g\hbar F^{\mu\nu}_a T_a \frac{dx_\nu}{ds}, \tag{2}$$

$$\frac{dT_a}{ds} = -g f_{abc} A^b_\mu \frac{dx^\mu}{ds} T_c \tag{3}$$

Правая часть уравнения (2) является цветным обобщением силы Лоренца из электродинамики Максвелла, а правая часть, (3) описывает вращение вектора T_a в пространстве цветных зарядов.

B. Распределение цветной темной материи

Для решения уравнений Янга-Миллса (1) мы используем следующий статический анзац для классического SU(3) калибровочного поля A^a_μ [22]:

$$A^2_0 = -2\frac{z}{gr^2}\chi(r) \qquad A^5_0 = 2\frac{y}{gr^2}\chi(r) \qquad A^7_0 = -2\frac{x}{gr^2}\chi(r) \tag{4}$$

$$A^2_i = 2\frac{\epsilon_{3ij}x^j}{gr^2}[h(r)+1] \qquad A^5_i = -2\frac{\epsilon_{2ij}x^j}{gr^2}[h(r)+1] \qquad A^7_i = 2\frac{\epsilon_{1ij}x^j}{gr^2}[h(r)+1] \tag{5}$$

$$A^a_i = \lambda_{ajk}\left(\epsilon_{ilk}x^j + \epsilon_{ilj}x^k\right)\frac{x^l}{gr^3}v(r), \qquad A^a_0 = \frac{1}{2}\left(\lambda_{aij} + \lambda_{aji}\right)x^i x^j \frac{w(r)}{gr^3} \tag{6}$$

Здесь компоненты калибровочного поля $A^{2,5,7}_\mu \in SU(2) \subset SU(3)$; $i,j,k = 1,2,3$ – пространственные индексы; ϵ_{ijk} – есть полностью антисимметричный символ Леви-Чивита; λ_{ajk} – матрицы Гелл-Манна; $\chi(r), h(r), v(r)$, и $w(r)$- некоторые неизвестные функции. Этот анзац написан в декартовой системе координат x, y, z с $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$.

Подставив (4)-(6) в (1) и для простоты приняв $\chi(r) = h(r) = 0$, можно получить следующий набор уравнений для функций v и w:

$$x^2 w'' = 6wv^2 \tag{7}$$

$$x^2 v'' = v^3 - v - vw^2 \tag{8}$$

Здесь штрих обозначает дифференцирование по безразмерному радиусу $x = r/r_0$, r_0 – некоторая константа. Асимптотическое поведение функций $v(x)$ и $w(x)$ при $x \gg 1$ следующее:

$$v(x) \approx A\sin(x^\alpha + \phi_0), \tag{9}$$

$$w(x) \approx \pm\left[\alpha x^\alpha + \frac{\alpha - 1}{4}\frac{\cos(2x^\alpha + 2\phi_0)}{x^\alpha}\right], \tag{10}$$

где ϕ_0 и α – постоянные, и $A^2 = \alpha(\alpha - 1)/3$.

Соответствующая плотность энергии ТМ для системы, которая описывается уравнениями (7) и (8) имеет следующий вид:

$$\varepsilon_{DM}(r) = -F^a_{0i}F^{a0i} + \frac{1}{4}F^a_{ij}F^{aij} = \frac{1}{g^2 r_0^4}\left[4\frac{v'^2}{x^2} + \frac{2}{3}\frac{(xw' - w)^2}{x^4} + 2\frac{(v^2 - 1)^2}{x^4} + 4\frac{v^2 w^2}{x^4}\right] \tag{11}$$

где выражение в квадратных скобках соответствует безразмерной плотности энергии.

Учитывая асимптотические решения (9) и (10), можно показать, что рассматриваемое распределение калибровочного поля имеет бесконечную энергию, как следствие асимптотического поведения плотности энергии (11) (для подробностей см. [10]). Следовательно, для такого пространственного распределения классических калибровочных полей необходимо иметь некоторый механизм обрезания.

По нашему мнению, это может быть сделано следующим образом. Как видно из уравнений (9) и (10), калибровочные потенциалы это осциллирующие функции, частота которых возрастает с увеличением расстояния. На больших расстояниях от центра частота таких колебаний становится настолько большой, что уже необходимо учитывать квантовые флуктуации. Таким образом, на некотором расстоянии от начала координат калибровочного поле должно пройти переход от классического состояния к квантовому. В свою очередь, квантованные поля очень быстро переходят к своему нулевому вакуумному ожидаемому значению. Тогда, расстояние, при котором переход от классического состояния к квантовому, можно рассматривать как радиус обрезания, до которого решения уравнений (7) и (8) остаются действительными. Кроме того, очень важно заметить, что калибровочное поле в вакуумном состоянии должно быть описано непертурбативным образом (см. ниже в II D).

C. Невидимость цветовых полей

Скажем несколько слов об основной черте любой темной материи – ее невидимости. В рамках рассматриваемой модели ТМ невидимость достигается очень простым способом: цветное вещество SU(3) (темная материя в контексте данной статьи) является невидимым, поскольку цветное калибровочное поле взаимодействует с цветными заряженными частицами. Но в настоящее время частицы, обладающие SU(3) цветным зарядом пока еще экспериментально не зарегистрированы. В принципе, в качестве кандидата для таких частиц можно рассматривать SU(3) монополи.

SU(3) лагранжиан, описывающий кварки, взаимодействующие с SU(3) неабелевым калибровочным полем имеет следующий вид:

$$L_{\mathrm{QCD}} = -\frac{1}{2}\mathrm{Tr}\left(F^a_{\mu\nu}F^{a\mu\nu}\right) + \sum_k^{n_f}\overline{q}_k\left(i\gamma^\mu D_\mu - m_k\right)q_k, \tag{12}$$

где

$$D_\mu q = \left(\partial_\mu - igA_\mu\right)q, \quad A_\mu = \sum_{b=1}^{8} A^b_\mu \frac{\lambda^b}{2} \tag{13}$$

(здесь калибровочный потенциал A_μ представлен в матричной форме). Слагаемое $igA_\mu q$ в уравнении (13) показывает, что SU(3) цветное поле взаимодействует только с кварками. Но, как мы знаем, свободные кварки в природе не наблюдаются. Все другие формы материи бесцветны, включая барионную материю (вследствие удержания кварков в адронах) и фотоны. Поэтому, рассматриваемая здесь цветная ТМ не взаимодействует с ними напрямую и может наблюдаться только благодаря взаимодействию с гравитационным полем. Интересно, что в этом отношении проблема темной материи в астрофизике связана с проблемой конфайнмента в физике высоких энергий.

D. Переход от классической фазы к квантовой

Ранее мы упоминали, что для описания темной материи мы используем классическое $SU(3)$ калибровочное поле, которое на некотором расстоянии от центра переходит в квантовую фазу. Без такого перехода полная энергия ТМ в этой модели, была бы бесконечна. Ниже мы хотим показать, что при учете непертурбативных квантовых эффектов, энергия становится конечной. В этом разделе рассматривается возможность введения механизма для обрезания распределения классических калибровочных полей на некотором расстоянии от центра галактики.

Для этого воспользуемся принципом неопределенности Гейзенберга, согласно которому

$$\frac{1}{c}\ \Delta F^a_{ti}\ \Delta A^{ai}\ \Delta V \approx \hbar. \tag{14}$$

Здесь ΔF^a_{ti} – квантовые флуктуации цветного электрического поля, F^a_{ti}; ΔA^{ai} – квантовые флуктуации цветного потенциала, A^{ai}; ΔV- это объем, в котором происходят квантовые флуктуации ΔF^a_{ti} и ΔA^{ai} .

Используя анзац (4) – (6), мы получаем следующие компоненты калибровочного потенциала, записанные в сферических координатах:

$$\begin{gathered} A^a_t = \frac{1}{gr}\{w(r)\sin^2\theta\sin(2\varphi); \quad -2\chi(r)\cos\theta; \quad w(r)\sin^2\theta\cos(2\varphi); \quad w(r)\sin(2\theta)\cos\varphi; \\ 2\chi(r)\sin\theta\sin\varphi; \quad w(r)\sin(2\theta)\sin\varphi; \quad -2\chi(r)\sin\theta\cos\varphi; \quad -w(r)\frac{1+3\cos(2\theta)}{2\sqrt{3}}\}; \end{gathered} \tag{15}$$

$$A^a_r = 0; \tag{16}$$

$$\begin{gathered} A^a_\theta = \frac{1}{g}\{-2v(r)\cos(2\varphi)\sin\theta; \quad 0; \quad 2v(r)\sin\theta\sin(2\varphi); \\ 2v(r)\cos\theta\sin\varphi; \quad 2[1+h(r)]\cos\varphi; \\ -2v(r)\cos\theta\cos\varphi; \quad 2[1+h(r)]\sin\varphi; \quad 0\}; \end{gathered} \tag{17}$$

$$\begin{gathered} A^a_\varphi = \frac{1}{g}\{v(r)\sin\theta\sin(2\theta)\sin(2\varphi); \quad -2[+h(r)]\sin^2\theta; \quad 2v(r)\sin^2\theta\cos\theta\cos(2\varphi); \\ v(r)\cos\varphi(\sin(3\theta)-\sin\theta); -[1+h(r)]\sin(2\theta)\sin\varphi; \quad 2v(r)\cos(2\theta)\sin\theta\sin\varphi; \\ [1+h(r)]\sin(2\theta)\cos\varphi; \quad \sqrt{3}v(r)\sin\theta\sin(2\theta)\}. \end{gathered} \tag{18}$$

Используя эти компоненты и учитывая, что в нашем случае $h(r) = \chi(r) = 0$, можно увидеть, что существуют всего три ненулевые компоненты тензора цветного электромагнитного поля $F^2_{t\theta}, F^5_{t\varphi}$,и $F^7_{t\varphi}$ которые могут входить в левую часть соотношения (14), причем все они $\propto vw/(gr)$. Для наших целей можно использовать либо все три компоненты, либо выбрать любую одну из них, что позволит упростить выкладки и дать требуемую нам грубую оценку. Поэтому воспользуемся в (14) следующей компонентой:

$$E_\theta^2 = F_{t\theta}^2 = -\frac{2}{g}\sin\theta\,\frac{vw}{r}. \qquad (19)$$

Вводим физическую компоненту $\widetilde{F}_{t\theta}^2$,

$$\left|\widetilde{F}_{t\theta}^2\right| = \sqrt{\left|F_{t\theta}^2 F^{2t\theta}\right|} = \frac{2}{g}\sin\theta\,\frac{vw}{r^2}. \qquad (20)$$

Тогда, опуская численный множитель, флуктуации электрического поля SU(3) будут следующими

$$\Delta\,\widetilde{F}_{t\theta}^2 \approx \frac{1}{g}\frac{1}{r^2}(\Delta v\; w + v\;\Delta w). \qquad (21)$$

В свою очередь, из уравнений (15)-(18), мы имеем

$$A_\theta^2 = 0, \quad A_\theta^{1,3,4,6} \propto \frac{1}{g}v. \qquad (22)$$

Вводим физические компоненты

$$\left|\widetilde{A}_\theta^{1,3,4,6}\right| = \sqrt{A_\theta^{1,3,4,6}A^{1,3,4,6\;\theta}} \approx \frac{1}{g}\frac{v}{r}, \qquad (23)$$

мы предполагаем, что

$$\Delta\,\widetilde{A}_\theta^2 \approx \Delta\,\widetilde{A}_\theta^{1,3,4,6} \approx \frac{1}{g}\frac{\Delta v}{r}. \qquad (24)$$

Далее, период пространственных колебаний в $r \gg r_0$ можно определить следующим образом

$$(x+\lambda)^\alpha - x^\alpha \approx \alpha\frac{\lambda}{x^{1-\alpha}} = 2\pi; \quad x = \frac{r}{r_0}. \qquad (25)$$

Предположим, что расстояние, на котором классическое цветовое поле SU(3) становится квантовым, определяется как радиус, где величина квантовых флуктуаций поля, заключенного в объеме

$$\Delta V = 4\pi r^2 \Delta r \quad \text{with} \quad \frac{\Delta r}{r_0} \approx \lambda \approx \frac{1}{\alpha}\frac{2\pi}{x^{\alpha-1}} \qquad (26)$$

становятся сравнимыми с величинами этого классического поля. То есть, на расстоянии перехода, мы предполагаем, что

$$\Delta v \approx v, \quad \Delta w \approx w. \qquad (27)$$

Подставляя уравнения (9), (10), (21), (24), (26), и (27) в (14), мы получаем

$$\left(\frac{g'}{A}\right)^2 \approx 2\pi, \qquad (28)$$

где $g' = \sqrt{\hbar c/4\pi}g$ – безразмерная константа связи, подобно постоянной тонкой структуры в квантовой электродинамике $\alpha = e^2/\hbar c$. В квантовой хромодинамике, $\beta = 1/g'^2 \gtrsim 1$. Если мы выбираем $g' \approx 1$ и $A \approx 0.4$ (это значение следует из численных расчетов [8-10]), тогда получаем

$$\left(\frac{g'}{A}\right)^2 \approx 6.25, \qquad (29)$$

что сопоставимо с $2\pi \approx 6.28$.

Таким образом, мы показали, что если условие (28) выполняется на некотором расстоянии от центра, то происходит переход от классической фазы к квантовой. К сожалению, полученная приблизительная оценка не позволяет нам вычислить радиус, на котором происходит такой переход. Для поиска такого радиуса, необходимо иметь *nonperturbative* квантовые методы, которые отсутствуют на данный момент.

Расчет движения цветной заряженной частицы для проверки неабелевой модели темной материи

A. Оценка значений напряженности и потенциала калибровочного поля

Мы предлагаем здесь подход, который позволяет нам тестировать модель ТМ, описанную выше, основанный движении цветной заряженной частицы (монополя или одиночного кварка) под действием цветных электромагнитных полей. Для этого мы будем использовать уравнения Вонга (2) и (3). Чтобы упростить их, мы ограничимся рассмотрением траектории частицы, движущейся в экваториальной плоскости (т.е., при $\theta = \pi/2$) на фиксированном расстоянии от центра $r = \text{const}$. При этом, поскольку размеры экспериментальной установки много меньше размеров галактики, можно также положить угловую координату $\varphi \approx 0$. В этом случае потенциалы и напряженности полей будут выглядеть особенно просто. Учитывая все это, выпишем имеющиеся ненулевые компоненты напряженности электромагнитного цветного поля и калибровочного потенциала:

$$E_\theta^2 = E_\varphi^5 = -\frac{2vw}{gr}, \quad E_r^3 = \sqrt{3}E_r^8 = -\frac{rw' - w}{gr^2}, \tag{30}$$

$$-H_\varphi^1 = H_\theta^4 = \frac{2v'}{g}, \quad H_r^7 = \frac{2}{gr^2}(v^2 - 1), \tag{31}$$

$$A_\theta^1 = A_\varphi^4 = -\frac{2v}{g}, \quad A_t^3 = \sqrt{3}A_t^8 = \frac{w}{gr}, \tag{32}$$

где функции v и w возникающие здесь, являются асимптотическими решениями уравнений Янга-Миллса, заданных уравнениями (9) и (10) .

Чтобы оценить величины цветных полей, применяем закон тяготения Ньютона, который дает следующее соотношение для пробной частицы, расположенной вблизи края галактики и вращающейся вокруг его центра с круговой скоростью u:

$$\frac{u^2}{r_g} = \gamma\frac{M}{r_g^2}. \tag{33}$$

Здесь γ-Ньютоновская гравитационная постоянная $M = M_v + M_{\text{DM}}$ – общая масса галактики, включая массу видимой, M_v, и темной, M_{DM}, материи; r_g – радиус галактики . Из этого соотношения находим массу ТМ как

$$M_{\text{DM}} = \frac{u^2}{\gamma}r_g - M_v. \tag{34}$$

Радиальное распределение плотности энергии цветного электромагнитного поля, описывающего ТМ, равно

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\text{DM}} = -\frac{1}{2}(E_i^a E^{ai} + H_i^a H^{ai}) &\approx -\frac{1}{2}\left(E_\theta^2 E^{2\theta} + E_\varphi^5 E^{5\varphi} + E_r^3 E^{3r} + E_r^8 E^{8r} + H_\theta^4 H^{4\theta} + H_\varphi^1 H^{1\varphi}\right) \\ &\approx \frac{1}{g^2 r^4}\left[\frac{2}{3}(rw' - w)^2 + 4r^2 v'^2 + 4v^2 w^2\right].\end{aligned} \tag{35}$$

Здесь $E_i^a = F_{0i}^a$- является хромоэлектрическим полем и $H_i^a = \frac{1}{2}\sqrt{-g}\epsilon_{ijk}F^{ajk}$ – хромомагнитное поле. Выражение (35) соответствует плотности энергии (11), в которой используются асимптотические решения (9) и (10) и оставлены только слагаемые, дающие лидирующий вклад.

С другой стороны, плотность энергии ТМ можно оценить из следующего выражения (для простоты предположим, что электрическое и магнитное поля распределены однородно)

$$M_{\text{DM}} \approx \frac{4}{3}\pi r_g^3 \frac{\varepsilon_{\text{DM}}}{c^2}. \tag{36}$$

Сравнивая выражения (34) и (36) и, пренебрегая массой видимой компоненты M_v по сравнению с M_{DM}, мы можем получить следующие приблизительные оценки напряженности поля:

$$\tilde{E}_\theta^2 \approx \tilde{E}_\varphi^5 \approx \tilde{E}_r^3 \approx \tilde{E}_r^8 \approx \tilde{H}_\theta^4 \approx \tilde{H}_\varphi^1 \approx \approx B \quad \text{с} \quad B = \sqrt{\frac{3}{4\pi\gamma}}c\frac{u}{r_g}, \tag{37}$$

где физические компоненты полей

$$\begin{aligned}\tilde{E}_\theta^2 &= \sqrt{E_\theta^2 E^{2\theta}} = \frac{2vw}{gr^2}, \\ \tilde{E}_\varphi^5 &= \sqrt{E_\varphi^5 E^{5\varphi}} = \frac{2vw}{gr^2}, \\ \tilde{E}_r^3 &= \sqrt{E_r^3 E^{3r}} = \frac{rw' - w}{gr^2}, \\ \tilde{E}_r^8 &= \sqrt{E_r^8 E^{8r}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{rw' - w}{gr^2}, \\ \tilde{H}_\theta^4 &= \sqrt{H_\theta^4 H^{4\theta}} = \frac{2v'}{gr},\end{aligned} \tag{38}$$

$$\widetilde{H}_{\varphi}^{1}=\sqrt{H_{\varphi}^{1}H^{1\varphi}}=\frac{2v'}{gr}.$$

В свою очередь, используя уравнение (32), можно ввести следующие физические компоненты для потенциала:

$$\begin{gathered}\widetilde{A}_{\theta}^{1}=\sqrt{A_{\theta}^{1}A^{1\theta}}=\frac{v}{gr},\\ \widetilde{A}_{\varphi}^{4}=\sqrt{A_{\varphi}^{4}A^{4\varphi}}=\frac{v}{gr},\\ \widetilde{A}_{t}^{3}=\sqrt{A_{t}^{3}A^{3\ t}}=\frac{w}{gr},\\ \widetilde{A}_{t}^{8}=\sqrt{A_{t}^{8}A^{8\ t}}=\frac{1}{\sqrt{3}}\frac{w}{gr}.\end{gathered} \tag{39}$$

Полученные оценочные выражения будут использованы ниже при рассмотрении процесса движения пробных частиц в заданных цветовых полях.

B. Решение уравнений Вонга

Как упоминалось ранее, мы предполагаем, что размер экспериментальной установки для изучения движения цветных заряженных частиц намного меньше, чем радиус галактики. При этом, исходя из предположения, что скорости тестовых частиц много меньше скорости света, нам достаточно рассмотреть нерелятивистский предел уравнений Вонга. В этом случае $ds\approx cdt$, мы имеем уравнения (2) и (3) :

$$m\frac{d^2x^i}{dt^2}=-g\hbar cF_a^{i0}T_a, \tag{40}$$

$$\frac{dT_a}{dt}=-gcf_{abc}A_0^bT_c. \tag{41}$$

Как и прежде здесь $i=1,2,3$ является пространственным индексом. Как указано в разделе III A мы рассматриваем случай, когда напряженности хромоэлектрического и хромомагнитного поля имеют один и тот же порядок. Это позволило нам пренебречь пространственными компонентами скорости в уравнениях, которые приведенны выше. Соответственно, уравнение (40) теперь содержит компоненты F_a^{i0} описывающие только хромоэлектрическое поле, но не члены с хромомагнитным полем. Для простоты удобно решать уравнения (40) и (41) в декартовой системе координат x,y,z, когда координата x направлена вдоль радиуса r, координата y и z – вдоль угловой переменной θ и φ, соответственно. В результате получим следующую систему уравнения, описывающую движение пробной частицы с массой m и динамику вектора цветного заряда T_a:

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=-g\hbar cE_r^3\left(T_3+\frac{1}{\sqrt{3}}T_8\right),\quad m\frac{d^2y}{dt^2}=-g\hbar cE_\theta^2T_2,\quad m\frac{d^2z}{dt^2}=-g\hbar cE_\varphi^5T_5, \tag{42}$$

$$\frac{dT_1}{dt}=gcA_t^3T_2,\quad \frac{dT_2}{dt}=-gcA_t^3T_1,\quad \frac{dT_4}{dt}=gcA_t^3T_5,\quad \frac{dT_5}{dt}=-gcA_t^3T_4,\quad \frac{dT_{3,6,7,8}}{dt}=0. \tag{43}$$

В этих уравнениях численные значения входящих сюда компонент $E_r^3,E_\theta^2,E_\varphi^5$, и A_t^3 берутся из оценок (37) и (39). Уравнения (42) и (43) имеют следующее общее решение:

$$\begin{gathered}x=x_0+v_{0x}t-\tfrac{1}{2}\tfrac{g\hbar c}{m}E_r^3\left(T_3+\tfrac{1}{\sqrt{3}}T_8\right)t^2,\\ y=y_0+v_{0y}t+\frac{\hbar}{mgc}\frac{E_\theta^2}{(A_t^3)^2}T_2(t),\quad z=z_0+v_{0z}t+\frac{\hbar}{mgc}\frac{E_\varphi^5}{(A_t^3)^2}\end{gathered} \tag{44}$$

$$\begin{gathered}T_1(t)=T_1(0)\cos\omega t+T_2(0)\sin\omega t,\quad T_2(t)=T_2(0)\cos\omega t-T_1(0)\sin\omega t,\\ T_4(t)=T_4(0)\cos\omega t+T_5(0)\sin\omega t,\quad T_5(t)=T_5(0)\cos\omega t-T_4(0)\sin\omega t,\\ T_3=T_6=T_7=T_8=\mathrm{const.},\end{gathered} \tag{45}$$

где $x_0, y_0, z_0, v_{0x}, v_{0y}, v_{0z}, T_1(0), T_2(0), T_4(0), T_5(0)$ являются константами интегрирования.Эти решения описывают осцилляции поля с частотой $\omega = gcA_t^3$ плюс переносное движение с заданными начальными скоростями v_{0x}, v_{0y}, v_{0z} направленными водль осей x, y, z соответственно. Оценим теперь ускорение цветного заряда. Для этого воспользуемся уравнением (44) , из которого имеем:

1. X-компонента ускорения

$$a_x = \frac{g\hbar c}{m} E_r^3 \left(T_3 + \frac{1}{\sqrt{3}} T_8\right). \qquad (46)$$

Подставляя в это выражение численную оценку для $E_r^3 = -\widetilde{E}_r^3 \approx -B$ [см. уравнения (30), (37) , и (38)] и учитывая, что $g = \sqrt{4\pi/(\hbar c)}g'$, получим

$$a_x \approx \sqrt{\frac{3\hbar c^3}{\gamma}} \frac{g\prime u}{m r_g} \left(T_3 + \frac{1}{\sqrt{3}} T_8\right). \qquad (47)$$

Если в качестве пробной тестовой частицы выбрать монополь ’т Хоофта – Полякова с массой $m \approx 10^{-8}$g, то учитывая, что радиус нашей галактики равен $r_g \approx 10^{23}$ см и скорость частиц ТМ на краю галактики $u \approx 2.5 \times 10^7$см сек$^{-1}$, мы получим

$$a_x \approx 0.03\, g' \left(T_3 + \frac{1}{\sqrt{3}} T_8\right) \text{см сек}^{-2}. \qquad (48)$$

При выборе $g' \sim 1$ и в предположении, что выражение в скобках тоже ~ 1,будем иметь величину добавочного ускорения, связанного с наличием цветного поля в окрестности Земли, порядка 3×10^{-3}% ускорения свободного падения на Земле. Очевидно, что для монополей с меньшими массами ускорение будет еще больше.

2. Для оценки ускорений вдоль координат y и z, необходимо вычислить частоту осцилляций ω из (45). Для этого предположим, что численные значения компонент E_θ^2, E_φ^5 входящих в (44) приближенно равны численным значениям соответствующих физических компонент $\widetilde{E}_\theta^2, \widetilde{E}_\varphi^5$ из (37) и (38) . То есть, мы предполагаем, что $E_\theta^2 = E_\varphi^5 \approx B$. Также учитывая (32) и (39) ,в качестве грубой оценки можно предположить, что компонента векторного потенциала $A_t^3 \approx r_g B$. В результате для частоты имеем

3.

$$\omega = gcA_t^3 = \\ = g' \sqrt{\frac{3c^3}{\gamma\hbar}}\, u \approx g' \times 10^{40}\text{sec}^{-1}. \qquad (49)$$

Из этого выражения видно, что цветное поле осциллирует с чрезвычайно большой частотой. Соответственно, за время проведения измерения произойдет настолько много колебаний,что позволяет усреднить функции T_2, T_5 из (45) по этим колебаниям. В результате получаем, $T_2 = T_5 = 0$, и, соответственно, из уравнения (44) имеем

$$y = y_0 + v_{0y}t, \quad z = z_0 + v_{0z}t, \qquad (50)$$

т. е. равномерное движение пробной частицы вдоль координат y, z с $a_y = a_z = 0$.

Заключение и замечания

Природа ТМ является одним из ключевых вопросов современных космологии и астрофизики. Наиболее популярной гипотезой является предположение о том, что ТМ состоит из неких частиц, напрямую слабо или совсем не взаимодействующих с обычным (барионным) веществом и электромагнитным излучением. Это приводит к тому, что их экспериментальное обнаружение сопряжено с большими трудностями. В настоящее время проводятся различные эксперименты по прямому и непрямому детектированию частиц темной материи (см., например, [20, 23]) но их результаты пока трудно назвать обнадеживающими. В рамках данной статьи мы предлагаем метод тестирования модели ТМ, состоящей из цветных электрических и магнитных полей описанных в SU(3) теории Янга-Миллса. Помимо гравитационного взаимодействия с другими типами вещества, такие поля могут взаимодействовать напрямую только с цветными заряженными частицами типа монополей или одиночных кварков. Если при этом исследовать движение таких частиц в лаборатории на Земле, то в дополнение к гравитационному ускорению наличие такого прямого взаимодействия будет приводить к появлению экстра ускорений, обеспечиваемых цветными полями. Для расчета величины указанных дополнительных ускорений мы воспользовались известными уравнениями Вонга, которые описывают классическое движение неабелевых частиц под действием цветных полей. При этом важным моментом является определение величины напряженностей цветных полей в окрестности Земли. Для их грубой оценки мы рассмотрели движение пробных частиц под действием гравитационного поля ТМ в окрестности края галактики. Используя полученные оценки для напряженности, мы нашли общие аналитические решения уравнений Вонга, которые позволяют рассчитать величину дополнительного ускорения. Показано, что она может составлять доли процента от ускорения свободного падения на Земле, что, в принципе, может быть зарегестрировано экспериментально.

Отметим теперь сильные и слабые стороны используемой здесь неабелевой модели темной материи. Прежде всего заметим, что практически все известные модели темной материи предлагают в качестве таковой новые и неизвестные формы материи, до сих пор не обнаруженные экспериментально. Очевидно, что это является слабой стороной этих моделей. Поэтому тот факт, что в рассматриваемой нами модели темной материи в ее качестве выступает хорошо известное неабелево SU(3) калибровочное поле несомненно является сильной стороной такой модели. К слабой стороне рассматриваемой здесь модели ТМ относится предположение о самой возможности присутствия классического неабелевого поля в масштабах Галактики.Здесь, можно сказать, что принципиальных возражений для существования таких полей не существует. Так, например, существуют классические абелевы U(1) калибровочные электрические и магнитные поля. Поэтому предположение о существовании классических неабелевых полей ничем принципиально не отличается от предположения о существовании классических абелевых полей. На самом деле принципиальная разница заключается в асимптотическом поведении этих полей. Асимптотически абелевы поля имеют кулоновское поведение, а неабелевы поля – некулоновское поведение: они падают медленнее чем $1/r^2$. В этой связи мы на качественном уровне обсуждаем возможное решение этой проблемы (см. II D). С экспериментальной точки зрения проверки слабой стороной неабелевой модели темной материи является фактическое отсутствие тестовых частиц: монополи экспериментально пока не зарегистрированы, свободные кварки (при малых энергиях/температурах) не существуют. Тем не менее, поиск монополей продолжается и, возможно, в будущем они будут экспериментально обнаружены.

Благодарности

Авторы с благодарностью отмечают поддержку, предоставляемую грантом BR05236322 Министерства Образования и Науки Республики Казахстан.

Литература

1 Freese K. Status of Dark Matter in the Universe // Int.J.Mod.Phys.1. – 2017. – Vol. 06. – P. 325.

2 Bertone G et al. Particle Dark Matter, Models and Searches. – Cambrige University Press. – 2010.

3 Blum K., Cliche M., Lee S.J. WIMP Dark Matter through the Dilaton Portal // JHEP. – 2015. – Vol. 03. – P. 099.

4 Charles H. Line weaver. A younger age for the universe//Science. – 1999. – Vol. 284. – pp. 1503-1507

5 Toloba E., Lim S., Pen E. Dark Matter in Ultra-Diffuse Galaxies in the Virgo Cluster from their Globular Cluster Populations // Astrophys. J. – 2018. – Vol. 856. – P. L31.

6 Bekenstein J. and Milgrom M. Does the missing mass problem signal the breakdown of Newtonian gravity? // Astrophys.J. – 1984. – Vol. 286. – P. 7.

7 Capozziello S. and De Laurentis M. The dark matter problem from f(R) gravity viewpoint // Annalen Phys. – 2012. – P. 524.

8 Dzhunushaliev V. Classical color fields as a dark matter candidate // Central Eur. J. Phys. – 2007. – Vol. 5. – P. 342.

9 Dzhunushaliev V. Colored dark matter // Science Echoes.- 2008. – Vol. 4. No. 1. – P. 47-69.

10 Dzhunushaliev V. Classical SU(3) Gauge Field as a Dark Matter // Journal of Modern Physics. – 2013. – Vol. 4. – P. 111-120.

11 Kitazawa M., and Hatsuda T. Correlations of the energy-momentum tensor via gradient flow in SU(3) Yang-Mills theory at finite temperature // Phys.Rev. – 2017. – Vol. D96. – P. 111502

12 Crease R.P. Yang–Mills for historians and philosophers // Mod.Phys.Lett. – 2016. – Vol. A31. – 07. – P. 1630007.

13 Kondo K. and Kato S. Quark confinement due to non-Abelian magnetic monopoles in SU(3) Yang-Mills theory // AIP Conf.Proc. – 2012. – Vol. 1492. – P. 221-225.

14 Kephart T.W. and Shafi Q. Magnetic Monopoles and Free Fractionally Charged States at Accelerators and in Cosmic Rays // JHEP. – 2017. – Vol. 10. – P. 176
15 Sarte P.M., Aczel A.A. and Wiebe C.R. Evidence for the Confinement of Magnetic Monopoles in Quantum Spin Ice // J.Phys.Condens.Matter. – 2017. – Vol. 29. – P. LT01
16 Sikivie P., Weiss N. Classical {Yang-Mills} Theory in the Presence of External Sources // Phys.Rev. – 1978. – Vol. D18. – P. 3809
17 Horvat D., Viswanathan K.S. SU(3) Gauge Field Configurations in Static, External Sources // Phys.Rev. – 1981. – Vol. D23. – P. 937
18 Berezhiani Z., Dolgov A.D., Tkachev I.I. Dark matter and generation of galactic magnetic fields // Eur.Phys.J.. – 2013. – Vol. C73. – P. 2620
19 Rosensteel G. and Sparks. SU(3) gauge theory of nuclear rotations // EPL. – 2017. – Vol. 119. – P. 62001
20 Gaskins J.M. A review of indirect searches for particle dark matter// Contemp.Phys. – 2016. – Vol. 4. – P. 496.
21 Wong S.K. Field and particle equations for the classical Yang-Mills field and particles with isotopic spin // Nuovo Cim. - 1970. – A 65. – P. 689.
22 Corrigan E., Olive D.I., Farlie D.B.and Nuyts J. Magnetic monopoles in SU(3) gauge theories // Nucl.Phys. – 1976. – Vol. B106. – pp. 475 – 492.
23 Billard J., Strigari L. and Figueroa E. Feliciano // Phys.Rev.D. – 2014. – Vol. 89. – P. 023524
24 24 Magazev A.A. Integrability of the Wong Equations in the Class of Linear Integrals of Motion // Russ.Phys.J .- 2016. – Vol. 58, 1816-1825
25 Jalilian-Marian J., Sangyong J., Raju V. Wong's equations and the small x effective action in QCD // Phys.Rev. – 2001. – Vol. D63. – P. 036004

References

1 K. Freese, Int.J.Mod.Phys., 1, 325-355 (2017). DOI: 10.1142/97898132
2 G. Bertone and M. Pospelov, Phys.Rept. Cambridge: Cambridge Univ. Press (2010). DOI: 10.1017/CBO9780511770739
3 K. Blum, M. Cliche, S.J. Lee, JHEP 03, 099 (2015). DOI: 10.1007/JHEP03(2015)099
4 H. Charles Line weaver, Science 284 ,1503-1507 (1999). DOI: 10.1126/science.284.5419.1503
5 Toloba, S. Lim, E. Pen, Astrophys.J.,2, L31(2018). DOI: 10.3847/2041-8213/aab603
6 J. Bekenstein and M. Milgrom, Astrophys. J. 286, 7-14 (1984). DOI:10.1086/162570
7 S. Capozziello and M. De Laurentis, Annalen Phys. 524, 545-578 (2012). DOI: 10.1002/andp.201200109
8 V. Dzhunushaliev, Central Eur. J. Phys. 5, 342-350 (2007). DOI: 10.2478/s11534-007-0028-3
9 V. Dzhunushaliev, Science Echoes 4, 47-69 (2008).
10 V. Dzhunushaliev, J. of Modern Physics 4,111-120 (2013) DOI: 10.4236/jmp.2013.48A010.
11 M. Kitazawa, and T. Hatsuda, Phys.Rev., D96, 111502 (2017). DOI: 10.1103/PhysRevD.96.111502
12 R.P. Crease, Mod. Phys. Lett. A31, 1630007 (2016). DOI: 10.1142/S021773231630007X
13 Kei-Ichi Kondo and Seikou Kato, *AIP Conf. Proc*., 1492, 221-225 (2012). DOI: 10.1063/1.4763521
14 T.W. Kephart and Q. Shafi, JHEP 10, 176(2017). DOI: 10.1007/JHEP10(2017)176
15 P.M. Sarte, A.A. Aczel and C.R. Wiebe, J. Phys. Condens. Matter 29, LT01 (2017). DOI: 10.1088/1361-648X/aa8ec2
16 P. Sikivie, N. Weiss, Phys.Rev. D18, 3809 (1978). DOI: 10.1103/PhysRevD.18.3809
17 D. Horvat, K.S. Viswanathan, Phys.Rev D23,937 (1981). DOI: 10.1103/PhysRevD.23.937
18 Z. Berezhiani, A.D. Dolgov, I.I. Tkachev, Eur. Phys. J. C73 2620 (2013). DOI: 10.1140/epjc/s10052-013-2620-6
19 Rosensteel and Sparks, EPL 6,119 (2017). DOI: 10.1209/0295-5075
20 J.M. Gaskins, Contemp.Phys. 57, 4, 496-525 (2016). DOI: 10.1080/00107514.2016.1175160
21 S.K. Wong, Nuovo Cim A 65, 689 (1970). DOI: 10.1007/BF02892134
22 E. Corrigan, D.I. Olive, D.B. Farlie and J. Nuyts., Nucl.Phys. 106, 475-492 (1976). DOI: 10.1016/0550-3213(76)90391-6
23 J. Billard, L. Strigari and E. Figueroa – Feliciano, Phys.Rev.D89 2, 023524 (2014). DOI: 10.1103/PhysRevD.89.023524
24 A.A. Magazev, Russ. Phys. J., 58, 1816-1825 (2016). DOI: 10.1007/s11182-016-0722 -y
25 J. Jalilian-Marian, J. Sangyong, V. Raju, Phys.Rev. D63, 036004 (2001). DOI:10.1103/PhysRevD.63.036004