ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

ҚазҰТЗУ ХАБАРШЫСЫ

ВЕСТНИК КазНИТУ

VESTNIK KazNRTU

№1 (113)

АЛМАТЫ 2016 ЯНВАРЬ

Учредитель:

Казахский национальный исследовательский технический университет
имени К.И. Сатпаева

Регистрация:

Министерство культуры, информации и общественного согласия
Республики Казахстан № 951 – Ж “25” 11. 1999 г.

Основан в августе 1994 г. Выходит 6 раз в год

Адрес редакции:

г. Алматы, ул. Сатпаева, 22,
каб. 904, тел. 292-63-46
n. fedossenko @ ntu. kz

Интегрируя систему (16), получаем

$$a = const, \quad \phi = \varepsilon \frac{3a(a\pi + (2\pi - 1)I^2)}{8} t \,. \tag{17}$$

Отсюда, выражение для функции $u = u(t)$ в силу (5) и (17) имеет вид

$$u(t) = a \cos\left(t + \varepsilon \frac{3a(a\pi + (2\pi - 1)I^2)}{8} t \right). \tag{18}$$

Подставляя (18) в $x = u(t) + z(t)$, получаем решение уравнения Дюффинга с импульсным воздействием (9)

$$x = a \cos\left[\frac{t}{8}(8 + 3\varepsilon\, a(a\pi + (2\pi - 1)I^2) \right] + z(t),$$

где функция $z(t)$ определяется соотношением (10).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Самойленко В.Г., Елгондиев К.К. О решениях дифференциального уравнения, описывающего движение осциллятора под воздействием “мгновенных сил”: Сб. науч. тр. Ин-та математики АН УССР. “Асимптотические в уравнениях математической физики”. –Киев,1989. –С. 105-109.

[2] Митропольский Ю.А. Методы усреднения в нелинейной механике. –Киев, Наукова думка, 1974. -440 с.

REFERENCES

[1] Samoilenko V.G., Elgondiev K.K . On solutions of differential equations describing the motion of the oscillator under the influence of " instant power " : Coll. scientific . tr. The Institute of Mathematics of the USSR. "Asymptotic in the equations of mathematical physics ." -Kiev 1989 . -FROM. 105-109 .

[2] Mitropolsky Y.A. Methods of averaging in nonlinear mechanics . -Kiev , Naukova Dumka , 1974. -440 p.

Yelgondiyev K., Eleyov A., Nesterenkova L., Toleyfazy B., Adilzhanova S.

Solution weakly nonlinear second order differential equations with impulses by averaging

Summary.. The algorithm of the method of averaging van der Pol applied to weakly nonlinear second order differential equations with impulse action at fixed times . As an example, consider the equation and the equation of Duffing – Van- der Pol impulsive .

Key words. linear weak,pulse , fixed points , the function.

УДК 517.538.

Г.А. Тюлепбердинова, С.А. Адилжанова, Т.Х. Хакимова
(Казахский национальный университет имени аль-Фараби,
Алматы, Республика Казахстан, asaltanat81@mail.ru)

АППРОКСИМАЦИЯ МЕТОДА ИТЕРАЦИЙ ЛАНДВЕБЕРА ДЛЯ СЕТОЧНОГО УРАВНЕНИЯ АКУСТИКИ

Аннотация: В статье рассматривается подход при численном решении обратной задачи акустики методом итераций Ландвебера. Рассматриваемый подход заключается в следующем: для восстановления неизвестного коэффициента в дифференциальном уравнении имеем постановку прямой задачи и дополнительную информации о решении прямой задачи. Выписываем функционал

невязки, получаем постановку сопряженной задачи. Далее при помощи решений прямой и сопряженной задачи получаем градиент функционала невязки. После чего для численного решения обратной задачи от постановки прямой задачи переходим к задаче, которую будем решать численно на компьютере.

1. Введение*:* Рассмотрим обратную задачу акустики:

$$u_{tt} = u_{xx} - 2\frac{s'(x)}{s(x)}u_x, \quad t > x > 0$$

$$u_x|_{x=0} = 0, \quad t > 0,$$

$$u(x, x+0) = s(x), \quad x > 0,$$

$$u|_{x=+0} = g(t), \quad t > 0.$$

где по заданной функции g(t) требуется найти функцию s(x).

Введем сетку $x = ih$, $t = kh$, где $i = \overline{0, N}$, $k = \overline{i, 2N - i}$, N - размер сетки, h = l/N - шаг сетки. Введем следующие обозначения для сеточных функций:

$$q(i,k) = (q_1[i,k], q_2[i], q_3[i]),$$

$$q_1(i,k) := q_1(ih, kh), \quad q_2(i) := q_2(ih), \quad q_3(i) := q_3(ih),$$

$$f(i,k) = (f_1[i,k], f_2[i], f_3[i]),$$

$$f_1(i,k) := f_1(ih, kh), \quad f_2(i) := f_2(ih), \quad f_3(i) := q_3(ih).$$

2. Объекты и методы исследований:

Рассматриваемый подход заключается в следующем: для восстановления неизвестного коэффициента в дифференциальном уравнении имеем постановку прямой задачи и дополнительную информации о решении прямой задачи. Выписываем функционал невязки, получаем постановку сопряженной задачи. Далее при помощи решений прямой и сопряженной задачи получаем градиент функционала невязки. После чего для численного решения обратной задачи от постановки прямой задачи переходим к задаче, которую будем решать численно на компьютере. Далее выписываем функционал невязки Φ[p], который аппроксимирует функционал невязки J[q], от постановки сопряженной задачи $L_q^*\psi = 0$ переходим к задаче $\widetilde{\Lambda}_p \phi = 0$, где $\widetilde{\Lambda}_p$ - оператор численного решения сопряженной задачи, а функция ϕ является приближением функции ψ; получаем соотношение, которое аппроксимирует выражение градиента функционала невязки и далее для производства минимизационной последовательности используется какой-нибудь градиентный метод.

Для описания схемы воспользуемся методом математической индукции.

Зададим начальное приближение $q^0[i,k] = \left(q_1^0[i,k], q_2^0[i], q_3^0[i]\right)$.

Предположим, что $q^n[i, k]$ уже известно, тогда вычисляем значения

$$Aq^n[i,k]: \ A_1q^n[i,k] = q_1^n[i,k] - \frac{h}{4}\left(q_3^n[0]\left(q_1^n[0,k+i] + q_1^n[0,k-i]\right) + 2q_3^n[i]q_1^n[i,k]\right)$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{i-1} q_3^n[j]\left(q_1^n[j,k+i-j] + q_1^n[j,k-i+j]\right)h,$$

$$A_2q^n[i] = q_2^n[i] + \frac{h}{4}\left(q_3^n[0]q_2^n[0] + q_3^n[i]q_2^n[i]\right) + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{i-1} q_3^n[j]q_2^n[j]h,$$

$$A_3q^n[i] = q_3^n[i] + \left(0.5h\left(q_3^n[0]q_2^n[0] + q_3^n[i]q_2^n[i]\right) + \sum_{j=1}^{i-1} q_3^n[j]q_2^n[j]h\right.$$

$$\left. \times \left(0.5h\left(q_3^n[0]q_1^n[0,2i] + q_3^n[i]q_1^n[i,i]\right) + \sum_{j=1}^{i-1} q_3^n[j]q_1^n[j,2i-j]h - 0.5\gamma f_3[i]\right)\right.$$

$$+2/\gamma\left(0.5h\left(q_3^n[0]q_1^n[0,2i]+q_3^n[i]q_1^n[i,i]\right)+\sum_{j=1}^{i-1}q_3^n[j]q_1^n[j,2i-j]h\right).$$

Вычисляем значения функционалов

$$J_1(q^n)=\|r_1\|_{L_2}^2\,\|A_1q^n-f_1\|_{L_2}^2=\sum_{i=0}^{N}\sum_{k=i}^{2N-i}(A_1q^n[i,k]-f_1[i,k])^2h^2,$$

$$J_2(q^n)=\|r_2\|_{L_2}^2+\|A_2q^n-f_2\|_{L_2}^2=\sum_{i=0}^{N}(A_2q^n[i]-f_2[i])^2h,$$

$$J_3(q^n)=\|r_3\|_{L_2}^2=\|A_3q^n-f_3\|_{L_2}^2=\sum_{i=0}^{N}(A_3q^n[i]-f_3[i])^2h,$$

и если $J_1(q^n), J_2(q^n), J_3(q^n)$ достаточно малы, то останавливаем процесс, принимая q^n за приближенное решение обратной задачи.

Если функционалы $J_1(q^n), J_2(q^n), J_3(q^n)$ недостаточно малы, то вычисляем градиенты функционалов

$$J_1'(q^n)[i,k]=2[A_1'q^n]^*r[i,k]=r_1[i,k]-0.5q_3^n[i]\left(\sum_{j=i}^{(i+k)/2}r_1[j,k+i-j]h\right.$$

$$\left.+\sum_{j=1}^{N-(k-i)/2}r_1[j,k-i+j]h-2(B_2q[(k+i)/2]+1/\gamma)r_3[(k+i)/2]\right),$$

$$J_2'(q^n)[i]=2[A_2'q^n]^*r[i]=r_2[i]$$

$$+0.5q_3^n[i]\sum_{j=i}^{N}\{r_2[j]+2r_3[j](B_4q[j]-0.5\gamma\, f_3[j])\}h,$$

$$J_3'(q^n)[i]=2[A_3'q^n]^*r[i]=r_3[i]$$

$$-0.5\sum_{j=i}^{N}\left(\sum_{p=j}^{2N-j}(q_1^n[i,p+j-i]+q_1^n[i,p-j+i])r_1[j,p]h\right.$$

$$-q_2^n[i]r_2[j]-2q_2^n[i]r_3[j](B_4q[j]-0.5\gamma\, f_3[j])$$

$$-4q_1^n[i,2j-i](B_2q[j]+1/\gamma)r_3[j])h,$$

где $B_2q[i]=\dfrac{1}{2}\sum_{j=0}^{i}q_3^n[j]q_2^n[j]h$,

$$B_4q[i]=\sum_{j=0}^{i}q_3^n[j]q_1^n[j,2i-j]h.$$

3. Результаты и их обсуждение :

Вычисляем следующее приближение q^{n+1}

$$q_1^{n+1}=q_1^n-\alpha_1J_1'(q^n),$$
$$q_2^{n+1}=q_2^n-\alpha_2J_2'(q^n),$$
$$q_3^{n+1}=q_3^n-\alpha_3J_3'(q^n).$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \left(0, \left\|[A'q]^*\right\|^{-2}\right)$.

4. Выводы: Проводим конечно-разностную аппроксимацию. Имеем сеточную область Ω_h, тем или иным способом аппроксимируем оператор L_q - разностным оператором. Далее тем или иным способом аппроксимируем оператор А, разностным оператором A_h, и соответствующей сопряженной задаче $L_p^*\psi = 0$- заменяем разностным аналогом $\widetilde{\Lambda}^*\psi_h = 0$. Из этой схемы расчетов получения аппроксимации сопряженной задачи, т.е. нет гарантии, что $\widetilde{\Lambda}^*$ совпадает с $\widetilde{\Lambda}^*$, в случае их не совпадения как следствие изменится и дискретный аналог градиента, т.е.. $B \neq A_h$.

С точки зрения теории разностных схем, используя произвольный выбор конечной аппроксимации сопряженной задачи, можно подобрать точную аппроксимацию сопряженной задачи, чтобы градиенты им соответствующие совпали.

ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Кабанихин С. И., Бектемесов М. А., Нурсеитов Д. Б. Начально-краевая задача для уравнения эллиптического типа // Вестник КазНУ. - 2006. - Т. 2. - С. 33-47.

[2] Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем.- М.: Наука, 1971. - С. 553.

[3] Нурсеитова А.Т., Тюлепбердинова Г.А. Сходимость метода итераций Ландвебера для решения задачи определения акустической жесткости //Вестник КазНПУ им. Абая. Алматы - 2008. Т. 21, №1.- С.215-217. - Серия «Физико-математические науки».

[4] Tyulepberdinova G. A., Adilzhanova S. A. Return problem of acoustics and its conditional correctness // International Journal of Mathematics and Physics, *Almaty,* Kazakhstan - 2014. T.2, №5.- С.7-13.

REFERENCES

[1] Kabanikhin S.I., Bektemesov M.A., Nurseitov D.B. Nachalnaiya-kraevaiya zadacha dliya uravneniya elipticheskogo tipa.// Vestnik KazNU. - 2006. - T. 2. - С. 33-47.

[2] Samarskiy A.A., Vvedenie v teoriyu raznostnykh skhem.-M.:Nauka, 1971. - С. 553

[3] Nurseitova A.T., Tyulepberdinova G. A. Skhodimost metoda iteratsiyi Landvebera dlya resheniya zadachi opredeleniya akusticheskoi zhestkosti.// Vestnik KazNPU im.Abaiya.Almaty - 2008. T. 21, №1.- С.215-217. –Seriya «Phiziko-matematicheskie nauki».

[4] Tyulepberdinova G. A., Adilzhanov S. A. Return problem of acoustics and its conditional correctness // International Journal of Mathematics and Physics, *Almaty,* Kazakhstan - 2014. T.2, №5.- С.7-13.

Tulepberdinova G., Adilzhanova S., Khakimova T.

Approximation method of iterations landweber netting acoustic equation

Summary. This article discusses the approach to numerical solution of inverse acoustic problem by iteration Landweber. This approach is as follows: to restore the unknown factor in the differential equation have a direct problem statement and additional information about the solution of the direct problem.

УДК 004.021

М.Н. Калимолдаев, И.Т. Утепбергенов, А.Т. Ахмедиярова
(Институт информационных и вычислительных технологий,
Алматы, Республика Казахстан, aat.78@mail.ru)

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ МАРШРУТИЗАЦИИ ТРАНСПОРТА В МЕГАПОЛИСЕ

Аннотация. Представлена концепция системы управления маршрутизацией транспортных средств для городских транспортных сетей. Проведен обзор теоретической основы маршрутизации транспорта на городских транспортных сетях с учетом аналогии с информационными сетями. Показано, что городская транспортная сеть может быть представлена в виде графа, и теория и методы, посвященные маршрутизации в информационных сетях, могут быть перенесены на транспортные сети. Даны описания алгоритмов поиска кратчайших путей на графах и создана программа на основе одного из них.

Ключевые слова: потоки машин, управление транспортом, алгоритм управления маршрутизацией.

Физико-математические науки