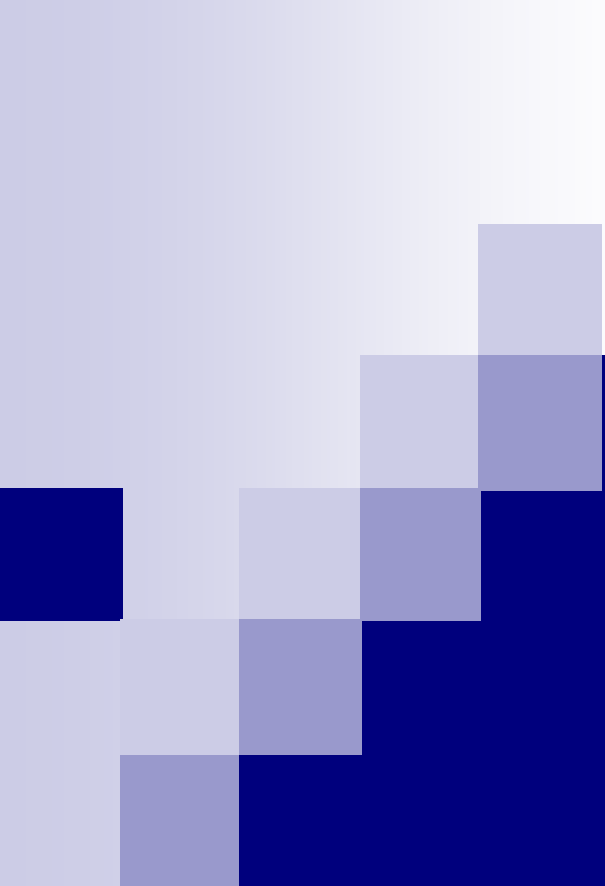




Дәріс №8

Білімнің көрініс модельдері. Тұжырым логикасы

Білім көріністері

- Ақиқат тұжырымдардың фигуралар мен жазбалар немесе тілдер арқылы формалдауы.
- Формалдауда ерекше қызығушылық компьютерлік жүйелерде болады.
- Білім көрінісінің формализмы мен тілдер көрнекілікті көріністі енгізілетін енгізу және компьютерлік жүйені өңдеуде қолданылатындай етіп жасайды.
- Формалдау нәтижесі бағдарламалау тілінің бөлігін құрайтын жиындар құрамынан тұру керек.



Білім көрінісінің типтері

Білім көрінісінің екі типі:

- Логикалық модельдер
- Эвристикалық модельдер

Логикалық модельдер

Логикалық модельдердің негізінде білім көрінісі формалды жүйе түсінігінде жатыр (теориялар).

Формалды теория мысалдары:

- Айтылған мәлімет есептелуі.
- Предикаттар есептелуі.

Типикалық эвристикалық модельдер

- Тауарлық модельдер
- Фреймдік модельдер
- Желілің модельдер



Логикалық модельдер

Формалды тіл өзінің бітіскен екі бөлігін қарастыруды талап етеді:

- синтаксисті
- семантиканы

Формалды теория

Кейбір аксиоматикалық жүйені анықтайтын $F = (A, V, W, R)$ барлық формалды теорияның сипаттамасы:

- алфавитпен (сөздікпен) A ;
- Синтаксистік ереже жиынымен V ;
- Теория негізіндегі W аксиома жиынымен;
- R қорыту ереже жиынымен.

Тұжырым логикасы

Тұжырым – бұл хабарлы сөйлем, ол ақиқат немесе жалған бола алады. Мына сөйлемдер берілген:

- А. « $\sqrt{2}$ саны иррационал болып табылады».
- Б. «Санның иррационал екені жалған».
- В. «Егер $\sqrt{2}$ саны иррационал болса, онда $\sqrt{2} + 1$ саны да иррационал болады».
- Г. «Сағат неше?»

Тұжырым логикасы

Тұжырымдарды есептеу сөздігі **шексіз есептеу жиынының тұжырымынан** тұрады.

А және $E = \langle \sqrt{2} + 1 \text{ саны иррационал} \rangle$ осыннан ,жай тұжырымдарынан алынған «ішкі құрылыс» бойынша А тұжырымы жай болып табылады, ал Б және В –күрделі.

Бұл тілде бір тіл көмегімен басқа бір тілді құруға болатын әдіс бар.

Бұл әдістер операциялар деп аталады.

Тұжырымдар логикасындағы операциялар

Атауы белгіленуі

Болымсыз мән $\neg$

Конъюнкция $\&$

Дизъюнкция $\vee$

Импликация $\rightarrow$

Эквиваленттілік $\leftrightarrow$

Тұжырым логикасындағы операциялар

- $\&, \vee, \neg, \rightarrow, \leftrightarrow$ логикалық символдар байланыстырушысы деп аталады.
- Келтірілген мысалдағы Б тұжырымы, А тұжырымына кері болып табылады, яғни $B = \neg A$, ал В тұжырымы А мен Е тұжырымдарына импликация болады : $V = A \rightarrow E$.
- Жаңа тұжырымдардың ақиқат мәндердің тәуелділігі ақиқаттық байланыс кестесімен анықталады.

Тұжырым логикасындағы операциялар

Дизъюнкция біріктіру мағынасында қолданылады:
не мынау, немесе басқасы, болмаса екеуі де.

Егер $X \rightarrow Y$ импликациясы берілсе, онда X анцедент
импликациясы болады, ал Y —
қорытушысы (консеквенті) болады.

Логикалық тұжырымдағы формулалар. Резолюция принципі.

Логикалық тұжырымның атомарлы формулалары
деп

U, V, W, X, Y, Z әріптері аталады, олар
индекстерімен және олсыз да болады, сонымен
қатар ақиқаттық 1 және жалған 0 сандары.

Логикалық тұжырымның атомарлы формулалары
деп

- Атомарлы формулалар;
- Теңдеу түрі $(F) \& (G)$, $(F) \vee (G)$, $\neg(F)$, $(F) \rightarrow (G)$,
 $(F) \leftrightarrow (G)$, где F и G – логикалық тұжырым
формулалары.

Формула тұжырым беретіндей формада болу керек.
Мысалы ретінде $F = X \& Y \rightarrow Z$ формуласы берілсін.
Егер X , Y және Z орнына сәйкесінше $A1 =$ «ABCD
төртбұрышы паралеллограм болып табылса»
мәнін қойсақ, $A2 =$ «ABCD төртбұрышында
сәйкес жақтары тең», $A3 =$ «ABCD
төртбұрышында диагональдары перпендикуляр
болады», онда $A4 =$ «егер ABCD төртбұрышы
паралеллограм болса, және сәйкес қабырғалары
тең болса, онда диагональдары перпендикуляр
»болады.

Интерпретация

Егер X , Y және Z орнына басқа тұжырымдарды қойсақ, дәл сондай «формадағы», жаңа тұжырымға ие боламыз. Бұл процесс *интерпретация* деп аталады.

Интерпретация кең мағынада қарастырсақ функция деп атасақ болады:

$$\varphi: A \rightarrow P$$

Яғни $\varphi(1)$ – ақиқат тұжырым, ал $\varphi(0)$ – жалған.

Тұжырым логикасының заңдары мен

Ғ **ТЕНКҮШТІЛІК**
формуласы барабар

ақиқат(тавтологиясы) болады, егер кез келген интерпретация үшін φ тұжырымы орындалса $\varphi(F)=1$.

Тавтологиялар:

- $x \rightarrow (x \vee y)$
- $((x \rightarrow y) \& (y \rightarrow z)) \rightarrow (x \rightarrow z)$
- $(x \rightarrow y) \leftrightarrow (\neg x) \vee y$
- И мәнін барлық мәндерінде кіруші айнымалыларын қолданады.

Тұжырым логикасының заңдары мен теңкүштілік

$F1$ және $F2$ формулалары $F1 \leftrightarrow F2$ – *тавтология* болса *тең күшті* деп аталады.

F және G формулалары φ *теңкүшті* деп аталады, егер кез келген интерпретация үшін φ тұжырымы үшін $\varphi(F) = \varphi(G)$ орындалса.

Тұжырым логикасының заңдары мен теңкүштілік

$F = X \rightarrow Y$ және $G = \neg X \vee Y$ формулалары тең күшті болып табылады.

$\varphi(F) = \varphi(G)$ тең екенін тексеру үшін F пен G -дің біріккен таблицасые құру керек.

$F = X \& Y \rightarrow X$ формуласы барабар ақиқат болады.

Логикалық теңкүштілік

Теңкүштілік – бұл формулалар арасындағы қатынас. ТЛ теңкүшті формулаларды логика заңдары деп атайды.

Тұжырым логикасының заңдары

$$X \equiv X$$

ТЛ тең күшті формулаларын **логика заңдары болады:**

$$X \wedge \neg X \equiv \perp$$

барабарлық заңы

$$X \vee \neg X \equiv \top$$

теріске шығару заңы

$$\neg(\neg X) \equiv X$$

үшіншісін ерекшелейтін заң

$$X \wedge X \equiv X, \quad X \vee X \equiv X$$

теріс теріс заңы

$$X \wedge Y \equiv Y \wedge X$$

идемпотенттілік заңы

$$X \vee Y \equiv Y \vee X$$

коммутативтілік заңы

Логикалық тұжырым заңдары

■ $(x \vee y) \vee z \equiv x \vee (y \vee z)$ ассоциативтілік заңдары
 $(x \wedge y) \wedge z \equiv x \wedge (y \wedge z)$

■ $x \wedge (y \vee z) \equiv (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$ дистрибутивтілік заңдары
 $x \vee (y \wedge z) \equiv (x \vee y) \wedge (x \vee z)$

■ $\neg(x \wedge y) \equiv (\neg x) \vee (\neg y)$ де Морган заңы
 $\neg(x \vee y) \equiv (\neg x) \wedge (\neg y)$

Тапсырма

Формулаларының тең күшті екенін дәлелдеу:

$F = [X \& (Z \rightarrow Y)] \vee [(X \rightarrow Z) \& Y]$ и $G = (X \vee Y) \& (Y \vee \neg Z)$.

Тапсырма

$G = Y \rightarrow X$ формуласы $F1 = X \vee Y$, $F2 = X \rightarrow Y$, $F3 = Y$ формуласының түп негізі емес екенін дәлелдеу керек.

Тұжырым логикасының аксиомалары

Қорытуға қатысты формулалар тұжырым логикасының аксиомалары деп аталады.

Тұжырым логикасының аксиомалары

$$F1 \vdash (F2 \rightarrow F1)$$

1. $F1 \& F2 \vdash F1$
2. $F1 \& F2 \vdash F2$
3. $F1 \vdash (F1 \vee F2)$
4. $F2 \vdash (F1 \vee F2)$

Қатынастардың сол жақ бөлігі шарт болып табылады. Оң жағындағы формула— келесі қадам немесе қорыту формулалары.

Нақты есептеу тұжырымдарында ТЛ аксиомалары ереже ретінде қарастырылады. Осылайша (2, 3), аксиомалары конъюкттың ерекшелену ережелері деп аталды. Ерекшелену ережесінің жалпы түрі:

$$F_1 \wedge F_2 \wedge \dots \wedge F_m \wedge \dots \wedge F_n \vdash F_m$$

Қарапайым тілде бұл ереже келесі жолмен анықталады: конъюкция ақиқаттығынан оның кез келген конъюкттері ақиқат болады.

- (4, 5) Аксиомалары дизъюнктивті енгізу ережелері деп аталады:
- $F1 \vdash F1 \vee F2 \vee \dots \vee Fm \vee \dots \vee Fn$.

Бұл ереже Fm формуласының ақиқаттығынан басқа да кез келген формулаларда дизъюнкциялылығы туралы.

Сонымен қатар қарапайым есептеу тұжырымындағы —конъюнкцияларды енгізу ережесі бар:

егер $F1, F2, \dots, Fk$ — ақиқат формулалар тізімі болса, онда

- $F1, F2, \dots, Fk \vdash F1 \wedge F2 \wedge \dots \wedge Fm \wedge \dots \wedge Fk$ болады.

Приоритетті логикалық операциялар

- Логикалық теңдіктердің мәнін есептеу, приоритеттеріне сәйкес белгілі бір ретпен жүзеге асады:
- - инверсия
- - конъюнкция
- - дизъюнкция
- - импликация және эквиваленттілік

Бір приоритеттің операциялары солдан оңға қарай орындалады. Әрекет ретін өзгерту үшін жақшаларды қолданамыз. Для **изменения порядка действий** используются **скобки**.

Логикалық зерттеу

Анықтама. $F_1, F_2, \dots, F_k$, егер осы формулалар кез келген φ интерпретациясындағы $\varphi(F_1)=\varphi(F_2)=\dots=\varphi(F_k)=1$, және осыдан шыққан $\varphi(G)=1$ болса, G формуласы логикалық зерттелуі деп аталады.

Логикалық зерртелім

- Егер $F1 \rightarrow F2$ импликациясы тавтология болса, онда $F2$ формуласы $F1$ формуласынан шығады. Қорыту мағынасы үшін (зерттеу) мына мәндер қолданылады:
- $F1 \vdash F2$.
- $\vdash$ қорыту белгісін кейде турникет деп те атаймыз.

F2 формуласының F1 ден шығу дұрыстығы : $F1=И$ ал $F2=Л$ болған кезде логикалық айнымалыларды жинау жоқ, егер болса , $(F1 \rightarrow F2)=Л$ импликациясы тавтология анықтамасына қарсы келеді.

Мысал:

$x \vdash x \vee y$ қатынастары.

- $x \vdash x \vee y$ импликациясының ақиқат кестесін құрып, және оның тавтология болатынына көз жеткізу.
- $x=И$ болса $(x \vee y)=И$ болатыны ақиқат.
- Айнымалылар теңкүштілігіне байланысты $y \vdash x \vee y$ қатынасын алуға да болады.

ЛВ формулаларын конъюнктивті нормаланған формаға келтіру

■ Жай формулаларды (логикалық айнымалылар мен тұрақтылар) атомарлы формулалар ретінде қарастырады, немесе жай атомарлы. Анықтама бойынша атомды формулаларды теріске шығару-ол да ЛВ формуласы.

■ Атом және оның терістеуі бір бірін толықтыратын литералдар деп аталады.

■ ЛВ литералы —ол атом немесе соның литералы. Логиканың белгілі заңдарын қолдана отырып ЛВ-барлық формуласын теңкүшті формула түріне келтіруге болады.

$$D_j \qquad D_1 \wedge D_2 \wedge \dots \wedge D_m \quad m \geq 1$$

■ Мұндағы фразалар ақырлы сандар литералының дизъюнкциясын көрсететін —ЛВ формулалары.

Конъюнкциялық нормаланған форма

Конъюнкциялық нормаланған форма

деп(КНФ) ақырлы сандар

дизъюнкциясының конъюнкциясын
айтамыз .

Теорема. Кез келген формуласы өзіне
эквивалент КНФ ке ие.

ЛВ формуласын КНФ ке келтіру үшін :

- Импликацияның логикалық операцияларын және эквиваленттілігін схемаға сәйкес теңкүшті формулаларымен алмастыру керек

$$x \rightarrow y \equiv (\neg x) \vee y \quad x \leftrightarrow y \equiv (x \vee \neg y) \wedge (\neg x \vee y)$$

- Де Морган заңын қолданған соң ,күрделі теңдіктің алдындағы терістеу белгісін соның құрамындағы элементтеріне қолдану.

$$\neg(x \wedge y) \equiv (\neg x) \vee (\neg y) \quad \neg(x \vee y) \equiv (\neg x) \wedge (\neg y)$$

- Дизъюнкция операцияларын жақшаға алу

$$(x \vee (y \wedge z)) \equiv (x \vee y) \wedge (x \vee z)$$

$$D_i = L_{i1} \vee L_{i2} \vee \dots \vee L_{il_i}$$

Бұл,мына түрде жазылады $D_i = \{L_{i1}, L_{i2}, \dots, L_{il_i}\}$

Мұнда L_{ij} – литералдар.

Осылайша КНФ мына түрге ие болады:

$$D_1 \wedge D_2 \wedge \dots \wedge D_m = \{\{L_{11}, L_{12}, \dots, L_{1l_1}\}, \{L_{21}, L_{22}, \dots, L_{2l_2}\}, \dots, \{L_{m1}, L_{m2}, \dots, L_{ml_m}\}\}$$

Ішкі фигуралық жақшадағы литералдар дизъюнкциялармен белгісіз түрде бірігеді, ал фразалар -дәл солай конъюнкция байланысымен бірігеді.

Мысал

КНФ формуласына келтіру керек делік

$$(x \vee y) \rightarrow z$$

Келтірілген алгоритмге сәйкес келесідей түрге келтіреміз:

$$(x \vee y) \rightarrow z \equiv (\neg(x \vee y)) \vee z \equiv ((\neg x) \wedge (\neg y)) \vee z \equiv ((\neg x) \vee z) \wedge ((\neg y) \vee z)$$

$\wedge$ және $\vee$ белгілерін ала отырып, мына түрге келеміз:

$$\{\{\neg x, z\}, \{\neg y, z\}\} \overset{\Delta}{=} \{\{D_1\}, \{D_2\}\}$$

Тұжырым есептеулері

Тұжырым логикасының
(ТЛ)есептелуі, формалды тілдердің барлық
элементтерінен тыс мыналар да бар:

- ТЛ заңдары ($\equiv$);
- ТЛ аксиомалары
- Қорыту ережелері

Ақиқат формулалар жиынында, қорыту ережесінің көмегімен $F_1, F_2, \dots, F_n$ (тавтологиялар), F формуласын алады (шығарады). Ол үшін келесі жазбаны қолдану керек:

$$\frac{F_1, F_2, \dots, F_n}{F}$$

Немесе $F_1, F_2, \dots, F_n \vdash F$

Модус поненс (modus ponens)

Классикалық есептеудегі тұжырымында(ET)
екі ереже

Модус поненс (modus ponens)

■ $A, A \rightarrow B \vdash B$

или

■
$$\frac{A, A \rightarrow B}{B}$$

Импликация шартының ақиқаттығынан және
импликацияның өзінің ақиқаттығынан зерттеу
импликациясының ақиқаттығы шығады.

Қою ережесі

$A(x)$ – x логикалық айнымалысынан тұратын
 $\wedge B$ формуласы болсын. Онда $A(x)$ -тегі
 $A(F)$ формуласы шығады, демек

$$A(x) \vdash A(F),$$

егер $A(x)$ формуласына жаңа x айнымалысын
енгізген сайын F формуласына қойсақ
болады .

Резолюция шарты

Тұжырым есептеулерінде 1965 жылы Дж. Робинсон ұсынған жеткілікті тиімді, машиналық резолюция ережесін немесе принципін қолданады.

Резолюция принципі формада екі ереже арқылы қолданылады:

- жай резолюция ережесі
- Резолюция ережесі

Жай (қарапайым) резолюция

■ $A \vee B, \neg B \vdash A$

Дизъюнкцияның ақиқат немесе бір
дизъюнкциясының терістігінен, осы
дизъюнктті өшіру арқылы ақиқат
формуласы туындайды.

Резолюция

$A \vee B, (\neg B) \vee C \vdash A \vee C$ Екі дизъюнкция
ақиқаттығынан біреуінің құрамында бір
дизъюнкт бар, ал екіншісі оның терістеуі
болса шығушы дизъюнкция формула
терістеусіз және дизъюнктсіз болады.

- $\neg X \vee Y \vee Z$ и $X \vee \neg Y$ дизъюнктерінен $Y \vee Z \vee \neg Y$ дизъюнкциясын шығарамыз.
- Резоляция ережесін ең шеткі литералдарға қолдану міндетті емес. Тек сонда ғана Y и $\neg Y$ ге қолданған резолюция ережесі $\neg X \vee Z \vee X$ немесе Z мәндеріне келеді.
- $\square$ —бос дизъюнкт, демек литералдарсыз дизъюнкт.
- Дизъюнкттарда басқа литералдар болса, қайталанатын литералды және $\square$ жазбау керек..

Логикалық зерттеу

- Анықтама. $F_1, F_2, \dots, F_k$, егер осы формулалар кез келген φ интерпретациясындағы $\varphi(F_1) = \varphi(F_2) = \dots = \varphi(F_k) = 1$, және осыдан шыққан $\varphi(G) = 1$ болса, G формуласы логикалық зерттелуі деп аталады.

- S – дизъюнктықтар жиыны болсын. S –тан құрамындағы әр дизъюнкт резолюция ережесі бойынша бұрынғысынан туындаған дизъюнктықтар қатарын шығарамыз, $D, D_2, \dots, D_n$. S –тен қорыту шықса, D дизъюнктық соңғысы болатын D дизъюнктық S -тен шығады.

Мысалы, егер $S = \{\neg X \vee Y \vee Z, \neg Y \vee U, X\}$ болса, онда $D_1 = \neg X \vee Y \vee Z, D_2 = \neg Y \vee U, D_3 = \neg X \vee Z \vee U, D_4 = X, D_5 = Z \vee U$ – S -тен туындаған. Ал $Z \vee U$ дизъюнктық S -тен.

■ Анықтама. Осындай φ интерпретациясы болса, $\{F1, F2, \dots, Fm\}$ формулалар жиыны орындалатын деп аталады:

■
$$\varphi(F1) = \varphi(F2) = \dots = \varphi(Fm) = 1.$$

$\{F1, F2, \dots, Fm\}$ жиындар формуласының орындалымдылығын сәйкес ақиқат кесте құру арқылы біле аламыз. Егер $F1, F2, \dots, Fm$ формуласының бағандарынан ең болмаса бір бірліктерден тұратын қатар табылса, онда бұл формулалар жиыны орындалады. Ал егер ондай қатар табылмаса ол орындалмайды.

- **Теорема.** $L=\{F_1, F_2, \dots, F_k, \neg G\}$ жиыны орындалмаса сонда және тек сонда ғана, G формуласы $F_1, F_2, \dots, F_k$ формуласының логикалық туындаушысы деп аталады.

Анықтама. S тұжырым логикасының дизъюнктық жиынында бос дизъюнктық болғанда, сонда және тек сонда ғана орындалмайды.

G формуласы $F_1, \dots, F_k$ формуласына логикалық байланыс жиыны екенін дәлелдеу үшін резолюция әдісі қолданылады. Ең алдымен $T = \{F_1, \dots, F_k, \neg G\}$ формулалар жиыны құрылады. Содан кейін осы формуланың әр қайсысы КНФ түріне келеді, алынған формулада конъюнкция белгілері ерекшеленеді.

S дизъюнктытар жиыны алынады. Ақырында, S тен бос дизъюнктытык қорыту табылады. Егер бос дизъюнктыт S тен шықса, онда G формуласы $F_1, \dots, F_k$ формуласының логикалық нәтижесі болады. Егер S тен $\square$ шығару мүмкін болмаса, онда G формуласы $F_1, \dots, F_k$ формуласының логикалық нәтижесі болмайды.

- $G=Z$ формуласы, $F1=X \vee Y$, $F2=X \rightarrow Z$,
 $G=(Y \rightarrow Z) \rightarrow Z$ формуласының логикалық нәтижесі болатынын көрсетейік. $T=\{F1, F2, \neg G\}$. Формулалар жиынын жинақтаймыз. $F1$ және $F2$ формулаларын КНФ ке келтіреміз. (G формуласы осы түрге келтірілген). Бұдан, $\neg Y \vee Z$ мәніне келеміз,
- $F1$ теңкүшті $(X \vee Y)$,
- $F2$ теңкүшті $(\neg X \vee Z)$,
- G теңкүшті $Y \vee Z$.

S дизъюнктық жиыны $\{X \vee Y, \neg X \vee Z, \neg(Y \vee Z)\}$ тең.

S жиынына бос дизъюнкт оңай шығады:

$X \vee Y, \neg X \vee Z, Y \vee Z, \neg Y, Z, \neg Z, \square$.

Осыған сәйкес, G формуласы F1, и F2.

Формулаларының логикалық нәтижесі болады.