

# БАШИРОВА АНАР НАБИҚЫЗЫ

## ФУРЬЕ-ХААР ЕСЕЛІ ҚАТАРЛАРЫНЫҢ МУЛЬТИПЛИКАТОРЛАРЫ

6D060100 – Математика мамандығы бойынша философия докторы  
(PhD) дәрежесін алу үшін дайындалған диссертацияның  
АННОТАЦИЯСЫ

**Зерттеу тақырыбының өзектілігі.** Фурье қатарларының мультипликаторларын зерттеу гармониялық талдаудың маңызды бағыты болып табылады. Бұл бағытқа деген үлкен қызығушылық Фурье қатарларының мультипликаторлары математиканың әртүрлі бөлімдерінде және қолданбалы есептерде қолданылатындығымен, сондай-ақ терең зерттеуді қажет ететін шешілмеген мәселелердің болуымен түсіндіріледі. Вейвлеттермен жуықтау теориясының дамуына байланысты Фурье-Хаар қатарларын зерттеуге қызығушылық пайда болды.

Диссертациялық жұмыс Фурье-Хаар қатарларының Лоренц кеңістіктеріндегі және анизотропты Лоренц кеңістіктеріндегі мультипликаторларын зерттеуге арналған.

### **Жұмыстың мақсаты:**

1. Фурье-Хаар қатарларының  $m(L_{p,r} \rightarrow L_{q,s})$  мультипликаторлар класстарын  $r > s, 0 < r, s \leq \infty$  болғандағы жалпы жағдайда зерттеу.

2. Анизотропты Лоренц кеңістігіндегі функциялар үшін екі еселі Фурье-Хаар қатарларының мультипликаторларын зерттеу.  $\lambda = \{\lambda_{k_1 k_2}^{j_1 j_2}\}$  тізбегінің  $m(L_{\bar{p}, \bar{r}} \rightarrow L_{\bar{q}, \bar{s}})$  классына тиісті болуының қажетті және жеткілікті шарттарын анықтау.

**Зерттеудің жалпы әдістемесі.** Зерттеудің негізгі аппараты болып анизотропты кеңістіктер үшін интерполяциялық әдістер, желілік кеңістіктер әдістері, Никольский типті теңсіздіктер, анизотропты кеңістіктер үшін ену теоремалары табылады.

**Қорғауға шығарылатын негізгі жағдайлар мен зерттеу нәтижелері.** Қорғауға диссертациялық зерттеудің келесі негізгі нәтижелері шығарылады:

1.  $N_{\bar{p}, \bar{q}}(M)$  анизотропты желілік кеңістіктер үшін интерполяциялық теорема, мұндағы  $M$  -  $\mathbb{R}^2$ - дегі барлық тіктөртбұрыштар жиыны және  $0 < \bar{p} = (p_1, p_2) \leq \infty, 1 \leq \bar{q} = (q_1, q_2) \leq \infty$ .

2.  $f(x_1; x_2)$  функциясының  $N_{\bar{p}, \bar{q}}(M)$  желілік кеңістікке және аралас метрикалы  $L_{\bar{p}}[0,1]^2$  Лебег кеңістігіне тиісті болу критерийі, мұндағы  $1 < \bar{p} < \infty, 0 < \bar{q} \leq \infty, \bar{p} = (p_1, p_2), \bar{q} = (q_1, q_2), M - \mathbb{R}^2$ - дегі барлық тіктөртбұрыштар жиыны. Еселі Фурье-Хаар қатарлары үшін Харди-Литтлвуд типті теоремасы.

3.  $\lambda = \{\lambda_k^j\}$  тізбегінің Фурье-Хаар қатарларының  $m(L_{p,r} \rightarrow L_{q,s})$  мультипликаторлар классына тиісті болуының қажетті және жеткілікті шарттары.

4. Еселі Фурье-Хаар қатарлары үшін Никольский типті теңсіздігі. Сонымен қатар,  $f \in L_{\bar{p}, \bar{r}}[0,1]^2$  үшін  $\|S_{2^{k_1} 2^{k_2}}(f)\|_{L_{\bar{q}}} = o\left(2^{k_1\left(\frac{1}{p_1} - \frac{1}{q_1}\right)} 2^{k_2\left(\frac{1}{p_2} - \frac{1}{q_2}\right)}\right)$ .

5.  $\lambda = \left\{ \lambda_{k_1 k_2}^{j_1 j_2} \right\}$  тізбегінің еселі Фурье-Хаар қатарларының  $m\left(L_{\bar{p}, \bar{r}} \rightarrow L_{\bar{q}, \bar{s}}\right)$  классына тиісті болуының қажетті және жеткілікті шарттары.

**Теориялық және практикалық құндылығы.** Жұмыс нәтижелері теориялық сипатқа ие және гармониялық талдауда, дифференциалдық теңдеулер теориясында, жуықтау теориясында, функционалдық кеңістіктер теориясында қолданылуы мүмкін.

**Диссертацияның құрылымы мен көлемі.** Көлемі 83 беттен тұратын диссертациялық жұмыс кіріспеден, әрқайсысы бөлімшелерге бөлінген төрт бөлімнен, қорытынды бөлімінен және қолданылған дереккөздер тізімінен тұрады. Қолданылған дереккөздер саны 61-ге тең.

**Жұмыстың негізгі мазмұны.**

Бірінші бөлімде  $N_{\bar{p}, \bar{q}}(M)$  анизотропты желілік кеңістіктер және олардың интерполяциялық қасиеттері зерттелген, мұндағы  $M - \mathbb{R}^2$ -дегі барлық тіктөртбұрыштар жиыны және  $0 < \bar{p} = (p_1, p_2) \leq \infty$ ,  $1 \leq \bar{q} = (q_1, q_2) \leq \infty$ .  $N_{\bar{p}, \bar{q}}(M)$  кеңістіктер шкаласы Фернандестің көпөлшемді интерполяциялық әдісіне қатысты тұйық екені көрсетілді.

Екінші бөлімнің негізгі нәтижелері  $N_{\bar{p}, \bar{q}}(M)$  анизотропты желілік кеңістігі және аралас метрикалы  $L_{\bar{p}}[0,1]^2$  Лебег кеңістігіндегі еселі Фурье-Хаар қатарлары үшін Харди-Литтлвуд теоремалары болып табылады.

6. Үшінші бөлімде  $\left\{ \lambda_k^j \right\}_{k=0, j=1}^{\infty, 2^k}$  тізбегінің Фурье-Хаар қатарларының  $m(L_{p,r} \rightarrow L_{q,s})$  мультипликаторлар классына тиісті болуының қажетті және жеткілікті шарттары анықталған, сонымен қатар  $r > s$  болғандағы жалпы жағдай зерттелді. Бұл нәтиже  $r \leq s$  жағдайы үшін бұрын О.В. Лелонд, Е.М.Семенов, С.Н. Уксусовтың алған нәтижелерін жалпылап, толықтырады.

Төртінші тарауда екі еселі Фурье-Хаар қатарларының дербес қосындыларының тәртібін сипаттайтын теңсіздік дәлелденді:

$$\left( \sum_{k_2=0}^{\infty} \left( \sum_{k_1=0}^{\infty} \left( 2^{k_1\left(\frac{1}{q_1} - \frac{1}{p_1}\right) + k_2\left(\frac{1}{q_2} - \frac{1}{p_2}\right)} \|S_{2^{k_1} 2^{k_2}}(f)\|_{L_{\bar{q}}} \right)^{\tau_1} \right)^{\frac{\tau_2}{\tau_1}} \right)^{\frac{1}{\tau_2}} \leq c \|f\|_{L_{\bar{p}, \bar{r}}}$$

Сонымен қатар, бұл теңсіздіктен  $f \in L_{\bar{p}, \bar{r}}[0,1]^2$  үшін келесі қатынас алынды

$$\|S_{2^{k_1} 2^{k_2}}(f)\|_{L_{\bar{q}}} = o\left(2^{k_1\left(\frac{1}{p_1} - \frac{1}{q_1}\right)} 2^{k_2\left(\frac{1}{p_2} - \frac{1}{q_2}\right)}\right).$$

Төртінші тараудың негізгі нәтижесі  $\lambda = \left\{ \lambda_{k_1 k_2}^{j_1 j_2} \right\}$  тізбегінің еселі Фурье-Хаар қатарларының  $m\left(L_{\bar{p}, \bar{r}} \rightarrow L_{\bar{q}, \bar{s}}\right)$  классына тиісті болуының қажетті және жеткілікті шарттарын анықтау болып табылады. Сонымен қатар,  $\bar{s} < \bar{r}$

болғандағы жағдай да қарастырылған, бұл нәтиже бірөлшемді жағдайда да жаңа нәтиже болып табылады.

### **Жұмыстың апробациясы**

Диссертациялық жұмыстың негізгі нәтижелері келесі шараларда талқылауға ұсынылды:

- халықаралық ғылыми конференцияларда: студенттер, магистранттар және жас ғалымдардың «ЛОМОНОСОВ - 2019» XV Халықаралық ғылыми конференциясы (Нұр-Сұлтан қ., 2019); «ACTUAL PROBLEMS OF ANALYSIS, DIFFERENTIAL EQUATIONS AND ALGEBRA» (EMJ-2019) dedicated to the 10'th anniversary of the Eurasian Mathematical Journal (Нұр-Сұлтан қ., 2019); студенттер, магистранттар және жас ғалымдардың «ЛОМОНОСОВ – 2020» XVI Халықаралық ғылыми конференциясы (Нұр-Сұлтан қ., 2020); «Қазіргі іргелі және қолданбалы математиканың мәселелері» Халықаралық ғылыми-тәжірибелік конференция (Нұр-Сұлтан қ., 2021); М. В. Ломоносов атындағы ММУ-дың Қазақстандық филиалының 20 жылдығына арналған «Еуразия – ынтымақтастық, бейбітшілік пен келісім кеңістігі» атты жастардың Еуразиялық форумы (Нұр-Сұлтан, 2021); Көрнекті математик И.Г. Петровскийге арналған «Дифференциалдық теңдеулер және іргелес сұрақтар» атты Халықаралық конференция, (Мәскеу, Ресей федерациясы, 2021);

- «Функционалдық талдау және оның қолданылулары» атты аймақтық ғылыми семинарда. Жетекшілер: академик М. Өтелбаев, академик Р. Ойнаров, профессор Е.Д. Нұрсұлтанов, профессор Қ.Н. Оспанов (Нұр-Сұлтан, 2020);

- Е.Д. Нұрсұлтановтың жетекшілігімен өтетін «Математиканың қазіргі мәселелері» атты ғылыми семинарында (М. В. Ломоносов атындағы ММУ-дың Қазақстандық филиалы, 2018, 2019, 2020).

- Функциялар теориясы және функционалдық талдау кафедрасының профессорлары М.К. Потапов, В.А. Скворцов, Т.П. Лукашенко, М.И. Дьяченко жетекшілігімен өтетін «Тригонометриялық және ортогональды қатарлар теориясы» ғылыми семинарында (Мәскеу, Ресей, 2019).

- «Дифференциалды операторлар және олардың қолданылулары» қалалық ғылыми семинарында / семинар жетекшілері: ҚР ҰҒА академигі М.Өтелбаев, ҚР ҰҒА академигі Т.Ш. Кальменов, профессор Б.Е. Кангужин, ҚР ҰҒА корр-мүшесі М.А. Садыбеков (әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Математика және математикалық модельдеу институты, Алматы, 2022)

**Жариялымдар.** Диссертацияның нәтижелері 14 жұмыста жарияға шыққан, оның ішінде 5 мақала рейтингті журналдарда, 9 жұмыс халықаралық конференциялар материалдарында.

**Бұл жұмыстың басқа ғылыми-зерттеу жұмыстарымен байланысы.** Диссертациялық зерттеу тақырыбы ғылымды дамытудың «Жаратылыстану ғылымы саласындағы ғылыми зерттеулер» басым бағытына, «Математика және механика саласындағы іргелі және қолданбалы зерттеулер» мамандандырылған ғылыми бағытқа сәйкес келеді. Диссертация

нәтижелерінің бір бөлігі АР09260223 «Анизотропты кеңістіктердегі көп айнымалылы функциялардың Фурье түрлендірулері және Фурье түрлендірулерінің мультипликаторлары» жобасы бойынша 2021 жылдың аралық есебіне және АР08053326 "Функционалдық кеңістіктер әдістері және олардың гармоникалық талдаудағы қосымшалары" жобасы бойынша 2020 жылдың есебіне еңген.